



VYSOKÉ UČENIE TECHNICKÉ V BRNE

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÉHO INŽINIERSTVA

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV VÝROBNÝCH STROJOV, SYSTÉMOV A ROBOTIKY

INSTITUTE OF PRODUCTION MACHINES, SYSTEMS AND ROBOTICS

ŠSTATISTICKÉ VLASTNOSTI REGULAČNÝCH DIAGRAMOV A MODELOV SPÔSOBILOSTI

STATISTICAL PROPERTIES OF CONTROL CHARTS AND CAPABILITY MODELS

DIPLOMOVÁ PRÁCA

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. KATARÍNA VIDOVÁ

VEDÚCI PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. JOSEF BEDNÁŘ, Ph.D.

BRNO 2020

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav výrobních strojů, systémů a robotiky
Studentka: **Bc. Katarína Vidová**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Kvalita, spolehlivost a bezpečnost
Vedoucí práce: **Ing. Josef Bednář, Ph.D.**
Akademický rok: 2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Statistické vlastnosti regulačních diagramů a modelů způsobilosti

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Předpokládá se, zkoumání statistických vlastností regulačních diagramů a modelů způsobilosti, především různé odhady směrodatných odchylek a nedodržení předpokladů o normalitě vyhodnocovaných dat.

Cíle diplomové práce:

Popis regulačních diagramů a jejich volby.
Popis modelů způsobilosti procesů.
Různé metody odhadu směrodatných odchylek používaných v SPC.
Box–Coxovy transformace dat.
Konkrétní aplikace na reálná a vygenerovaná data.
Vyhodnocení dosažených výsledků a doporučení pro praxi.

Seznam doporučené literatury:

MONTGOMERY, Douglas C. Introduction to statistical quality control. 7th ed. Hoboken, NJ: Wiley, c2013. ISBN 9781118146811.

Statistická regulace procesů (SPC): příručka. 2. vyd. Přeložil Jiří MICHÁLEK. Praha: Česká společnost pro jakost, 2006. ISBN 80-02-01810-9.

TOŠENOVSKÝ, Josef. Statistické metody pro zlepšování jakosti. Ostrava: Montanex, 2000. ISBN 80-7225-040-X.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Petr Blecha, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Diplomová práca sa zaoberá vyhodnocovaním stability a spôsobilosti procesu. V práci sú popísané niektoré typy regulačných diagramov, základné indexy spôsobilosti a tiež Box-Coxová transformácia. Praktická časť práce je venovaná aplikácii regulačných diagramov na vygenerované dáta a následne aj na dáta reálne. Zameriava sa pritom najmä na porovnanie rôznych metód odhadu výberovej smerodajnej odchýlky a na vplyv nedodržania predpokladu o normálnom rozdelení regulovanej veličiny na posúdenie stability a spôsobilosti procesu.

Summary

The diploma thesis is focused on process stability and capability assessment. It describes certain types of control charts, basic capability indices as well as Box-Cox transformation. The practical part of the study is concerned with applying control charts on generated data and consequently on real data. By this, it focuses on comparing various methods of estimating sample standard deviation and on the impact of non-compliance with the assumption of normal distribution of process variable on process stability and capability assessment.

Klíčové slová

Regulačný diagram, stabilita procesu, spôsobilosť procesu, Box-Coxová transformácia

Keywords

Control chart, process stability, process capability, Box-Cox transformation

VIDOVÁ, K. *Štatistické vlastnosti regulačných diagramov a modelov spôsobilosti*.
Brno: Vysoké učenie technické v Brne, Fakulta strojného inžinierstva, 2020. 64 s.
Vedúci Ing. Josef Bednář, Ph.D.

Prehlasujem, že som diplomovú prácu *Štatistické vlastnosti regulačných diagramov a modelov spôsobilosti* vypracovala samostatne pod vedením Ing. Josefa Bednáře, Ph.D. s použitím materiálov uvedených v zozname literatúry.

Bc. Katarína Vidová

Na tomto mieste by som rada poďakovala Ing. Josefovi Bednářovi, Ph.D. za odborné vedenie, ochotu a trpezlivosť pri písaní tejto práce. Ďalej by som rada poďakovala svojej rodine a priateľovi, ktorí ma počas celého štúdia podporovali.

Bc. Katarína Vidová

Obsah

Úvod	3
1 Štatistická regulácia procesu	5
1.1 Náhodné a zvláštne príčiny	5
2 Regulačné diagramy	7
2.1 Klasické Shewhartove regulačné diagramy	8
2.1.1 Diagramy pre reguláciu meraní	9
2.1.2 Diagramy pre reguláciu porovnávaním	17
2.2 Iné typy regulačných diagramov	22
2.2.1 Diagram kumulovaných súčtov (CUSUM)	23
2.2.2 Diagram exponenciálne vážených kľzavých priemerov (EWMA)	25
3 Spôsobilosť a výkonnosť procesu	29
3.1 Index C_p	29
3.2 Index C_{pk}	30
3.3 Index P_p	31
3.4 Index P_{pk}	32
4 Bodové odhady parametrov σ , σ_{tot} , μ	33
5 Box - Coxová transformácia	37
6 Aplikácia regulačných diagramov	41
6.1 Práca s vygenerovanými dátami	41
6.1.1 Rôzne metódy odhadu parametra σ	41
6.1.2 Nedodržanie predpokladu normality	46
6.2 Práca s reálnymi dátami	52
6.2.1 Kľukový hriadeľ	52
6.2.2 Vlhkosť kávy	53
6.3 Doporučenie pre prax	55
Záver	57
Literatúra	59
Zoznam obrázkov	61
Zoznam tabuliek	63
Prílohy	64

Úvod

Princíp tradičného spôsobu zabezpečovania akosti spočíva v kontrole akosti výstupov z procesu a následnom vytriedení jednotiek, ktoré nespĺňajú špecifikácie. Takýto prístup zabezpečovania akosti je však značne ne hospodárny, pretože zdroje, potrebné na výrobu vyradených jednotiek, boli vynaložené zbytočne. Moderné prístupy zabezpečovania akosti sa snažia zbytočnému vynakladaniu zdrojov predchádzať.

V tejto práci sa budeme zaoberať štatistickou reguláciou procesu, ktorá predstavuje preventívny nástroj riadenia akosti. Avšak predtým, ako sa začneme venovať konkrétnym metódam a postupom, priblížime si najskôr základný princíp, na ktorom je štatistická regulácia procesu postavená. Prvá kapitola bude teda venovaná práve stručnému úvodu do štatistickej regulácie procesu.

V druhej kapitole sa zameriame na základný nástroj štatistickej regulácie procesu, ktorým sú regulačné diagramy. Najskôr si rozoberieme Shewhartove regulačné diagramy pre reguláciu meraním, ktoré sa používajú v prípade merateľných znakov akosti. Potom si popíšeme tiež Shewhartove regulačné diagramy pre reguláciu porovnávaním, ktoré sa používajú pre nemerateľné (atributívne) znaky akosti, kedy sú sledované napríklad počty nezhodných produktov alebo počty nezhôd na týchto produktoch a nakoniec si aspoň stručne predstavíme aj regulačné diagramy CUSUM a EWMA, ktoré sú pre detekciu malých zmien v procese veľmi efektívnou alternatívou ku klasickým Shewhartovým regulačným diagramom.

V tretej kapitole sa budeme venovať indexom spôsobilosti C_p , C_{pk} , ktoré slúžia k posúdeniu schopnosti procesu trvalo dosahovať predom stanovené kritériá. Taktiež si predstavíme indexy výkonnosti P_p , P_{pk} , používané najmä v prípade, kedy sa v procese vyskytujú vymedziteľné príčiny, ktoré nie je možné identifikovať, prípadne odstrániť. Hneď v nasledujúcej (štvrtej) kapitole si potom uvedieme metódy pre odhad parametrov, potrebných pre výpočet týchto indexov.

Pretože však všetky regulačné diagramy a tiež ukazovatele spôsobilosti a výkonnosti procesu, ktoré si v tejto práci predstavíme, vyžadujú splnenie predpokladu o normálnom rozdelení regulovanej veličiny, piata kapitola bude venovaná Box-Coxovej transformácii, ktorá sa používa v prípade nenormálne rozdelených dát. Cieľom tejto transformácie je totiž zaistenie maximálnej symetrie alebo maximálnej normality dát.

Posledná kapitola bude venovaná aplikácii regulačných diagramov na vygenerované a takisto aj na reálne dáta. V prípade vygenerovaných dát sa zameráme na porovnanie jednotlivých metód odhadu výberovej smerodajnej odchýlky σ a na vplyv nedodržania predpokladu normality dát na vyhodnotenie stability a spôsobilosti procesu. V prípade dát reálnych budeme posudzovať stabilitu procesu. Na záver kapitoly si taktiež zhrnieme, čo má na posúdenie stability a spôsobilosti procesu výrazný vplyv a čo naopak vyhodnotenie stability a spôsobilosti procesu výrazne neovplyvní.

Kapitola 1

Štatistická regulácia procesu

Štatistická regulácia procesu predstavuje preventívny nástroj riadenia akosti. Na základe včasného odhalenia významných odchýliek v procese od predom stanovenej úrovne umožňuje realizovať zásah do procesu a udržať tak proces dlhodobo na prípustnej a stabilnej úrovni, prípadne proces zlepšovať.[1]

Ako je uvedené v [1] a [2]: „Teória štatistickej regulácie procesu vychádza z existencie variability ako imanentnej vlastnosti každého procesu, ktorá spôsobuje nedostatok jeho opakovateľnosti.“ Ani pri relatívne stálych podmienkach teda nie je možné vyprodukovať dva úplne totožné produkty, pretože na proces a jeho výstupy pôsobí viacero vplyvov (zdrojov kolísania).

Avšak napriek tomu, že sa jednotlivé namerané hodnoty môžu navzájom líšiť, ako celok majú snahu vytvárať určitý obrazec. Tento obrazec sa dá popísať ako rozdelenie, ktoré môže byť charakterizované parametrom polohy, parametrom rozptýlenia alebo parametrom tvaru. Cieľom by malo byť zachovanie polohy procesu v cieľovej hodnote pri minimálnej variabilite.[3]

1.1 Náhodné a zvláštne príčiny

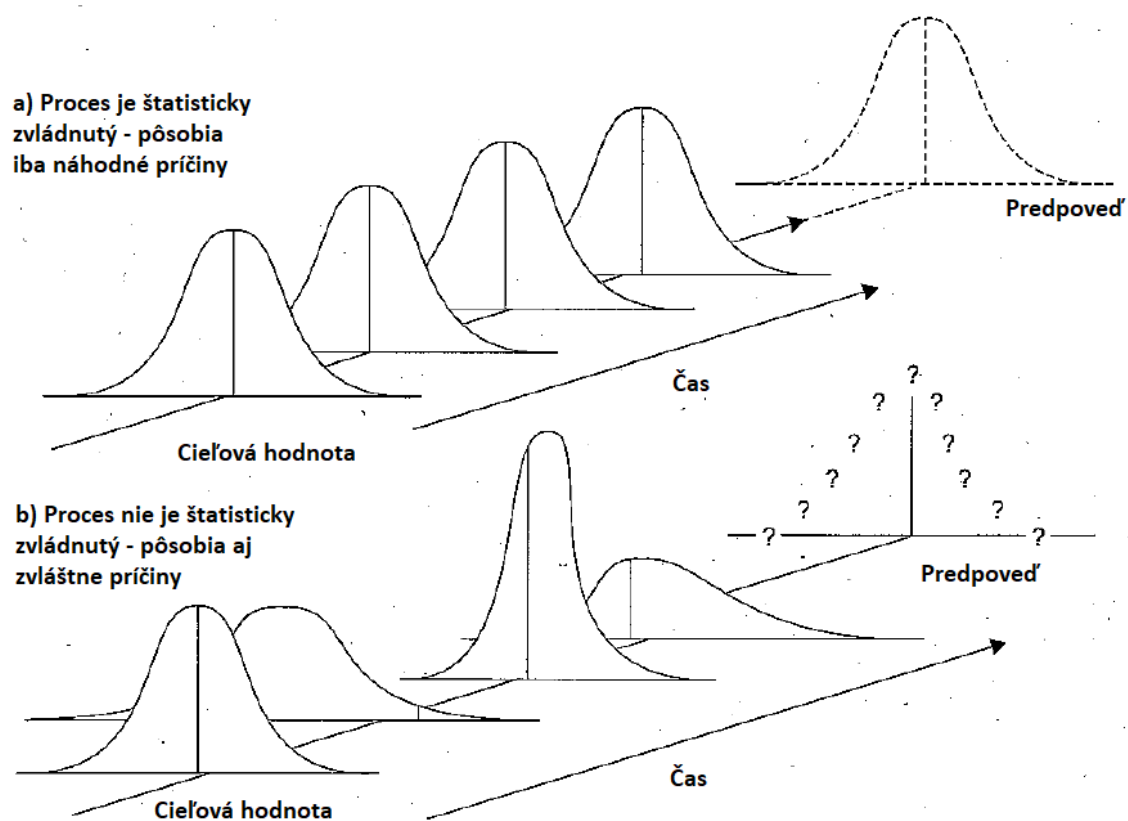
Rozlišujeme dva typy variability: variabilita vyvolaná náhodnými (prirodzenými) príčinami a variabilita vyvolaná zvláštnymi (vymedziteľnými) príčinami.

Variabilita vyvolaná náhodnými príčinami je vyvolaná širokou škálou neidentifikovateľných príčin. Každá z týchto príčin prispieva k celkovej variabilite, avšak žiadna z nich neprispieva nejakou výraznou mierou. Súčet príspevkov všetkých týchto neidentifikovateľných náhodných príčin je merateľný a je chápaný ako inherentný rys daného výrobného procesu. Ak vyvolávajú variabilitu procesu iba náhodné príčiny, hovoríme o „štatisticky zvládnutom stave procesu“. Výsledkom pôsobenia náhodných príčin je v čase stabilné a opakujúce sa rozdelenie pravdepodobnosti sledovaného znaku akosti. Výstup z takéhoto procesu je predikovateľný.[3, 4]

Variabilita vyvolaná zvláštnymi príčinami je vyvolaná príčinami, ktoré sú identifikovateľné, ktoré nie sú inherentnou časťou výrobného procesu a ktoré môžu byť odstránené. Takéto príčiny pôsobia väčšinou prerušovane a sú nepredikovateľné. Pokiaľ sú v procese tieto príčiny prítomné, proces je v čase nestabilný. Pôsobenie zvláštnych a tiež náhodných príčin na proces je zobrazené na obrázku 1.1. [3, 4]

Pre neustále zlepšovanie procesu je teda potrebné permanentne monitorovať chovanie procesu s cieľom dosiahnuť a udržiavať štatisticky zvládnutý stav. Ten dosiahneme zisťovaním a odstraňovaním alebo aspoň čiastočnou elimináciou pôsobenia zvláštnych príčin. Po odstránení týchto príčin bude chovanie procesu a tiež akosť jeho výstupu predikovateľná, budeme môcť objektívne hodnotiť schopnosť pl-

niť očakávania zákazníka a tiež znižovať prirodzenú variabilitu procesu. [2]



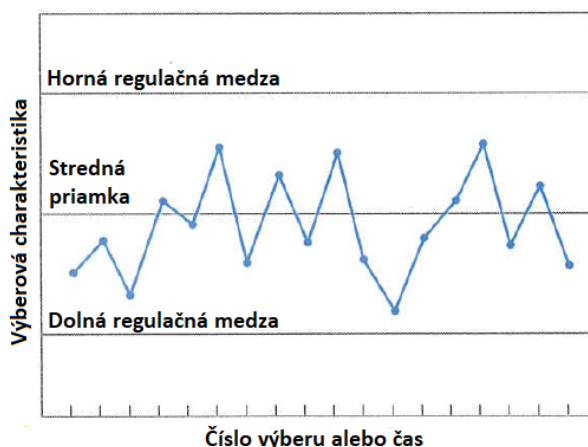
Obr. 1.1: Náhodné a zvláštne príčiny variability. Prevzaté z [2] a preložené.

Kapitola 2

Regulačné diagramy

Regulačný diagram je základný nástroj štatistickej regulácie procesu, ktorý znázorňuje regulovanú charakteristiku v závislosti na čase alebo čísle výberu. Diagram je zložený z troch základných hodnôt, ktoré sú v diagrame reprezentované ako priamky (viď. obrázok 2.1) :

- stredná (centrálna) priamka CL (Central Line)- odpovedá referenčnej hodnote znázorňovanej charakteristiky
- dolná regulačná medza LCL (Lower Control Limit)
- horná regulačná medza UCL (Upper Control Limit)



Obr. 2.1: Regulačný diagram. Prevzaté z [5] a preložené.

Referenčná hodnota môže byť definovaná viacerými spôsobmi: ako nominálna hodnota (napr. menovitá hodnota alebo hodnota daná technickým predpisom), ako odhad z hodnôt regulovanej veličiny, ktoré boli získané v podmienkach štatisticky zvládnutého procesu alebo ako hodnota založená na minulej skúsenosti s daným výrobným procesom. [2]

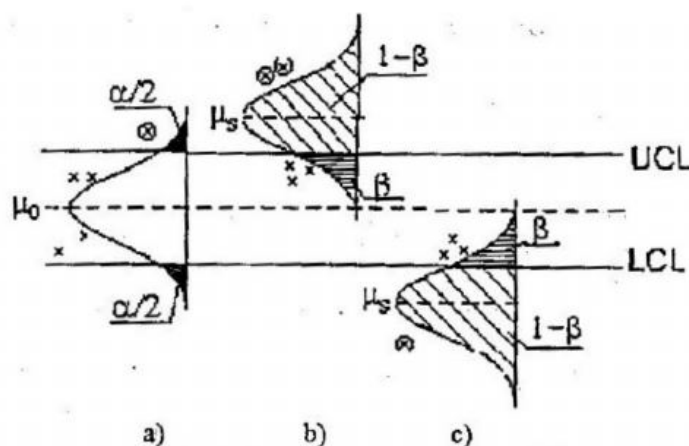
Regulačné medze LCL a UCL vymedzujú pásmo pôsobenia iba náhodných príčin a sú základným rozhodovacím kritériom, či je potrebné do procesu zasiahnuť alebo nie. Regulačné medze sú stanovené štatisticky. [2]

Regulačné diagramy využívajú princípy testovania štatistických hypotéz. Pre regulovanú veličinu sa sformuluje hypotéza o hodnotách parametrov jej pravdepodobnostného rozdelenia, ktorá by mala byť zostavená tak, aby pri jej platnosti proces spĺňal požiadavky na akosť. Táto nulová hypotéza sa potom opakovane testuje na základe pravidelne opakovaných výberov, pričom zamietnutie hypotézy (body

mimo regulačné medze, trendy alebo iné nenáhodné zoskupenia) signalizuje vybočenie procesu z predpokladaného vyhovujúceho stavu. V takom prípade proces nie je v štatisticky zvládnutom stave a je nutný regulačný zásah do procesu. To znamená, že je potrebné identifikovať a následne eliminovať pôsobenie vymedziteľnej príčiny, ktorá tento stav spôsobila.[1]

Pri testovaní hypotéz sa stretávame s chybou 1.druhu, ktorej pravdepodobnosť značíme alfa (α) a s chybou 2. druhu, ktorej pravdepodobnosť značíme beta (β). V štatistickej regulácii procesu sa tieto pravdepodobnosti nazývajú riziko zbytočného signálu (False Alarm) a riziko chýbajúceho signálu (Neglected Alarm). [1]

Riziko zbytočného signálu (α) predstavuje pravdepodobnosť zbytočného hľadania vymedziteľnej príčiny v procese (napr. v prípade, že je bod mimo regulačné medze), ktorý je v skutočnosti v štatisticky zvládnutom stave. Riziko chýbajúceho signálu (β) predstavuje pravdepodobnosť, že regulačný diagram neodhalí významnú zmenu procesu včas (body v regulačnom diagrame netvoria žiadne nenáhodné zoskupenie a všetky ležia vo vnútri regulačných medzí). Tieto riziká sú zobrazené na obrázku 2.2 (hodnota μ_0 na obrázku predstavuje požadovanú priemernú úroveň regulovanej veličiny a hodnota μ_s predstavuje priemernú úroveň regulovanej veličiny po zmene procesu) a vzťahy pre ich výpočet sú uvedené napríklad v [2].



Obr. 2.2: Riziko zbytočného signálu (α) a chýbajúceho signálu (β). Prevzaté z [1].

Pri niektorých metódach štatistickej regulácie procesu sa môžu riziká α a β uplatňovať nepriamo pomocou hodnoty ARL (Average Run Length). Hodnota ARL predstavuje priemerný počet výberov vedúcich k signálu. Pokiaľ je proces štatisticky zvládnutý, potom ARL značíme ARL(0). V prípade, že sa jedná o priemerný počet výberov medzi okamžikom vzniku odchýlky v procese o normovanej veľkosti δ a okamžikom jej odhalenia v regulačnom diagrame, používame označenie ARL(δ). Vzťahy pre výpočet ARL(0) a ARL(δ) pre jednotlivé metódy môžeme nájsť napríklad v [1].

2.1 Klasické Shewhartove regulačné diagramy

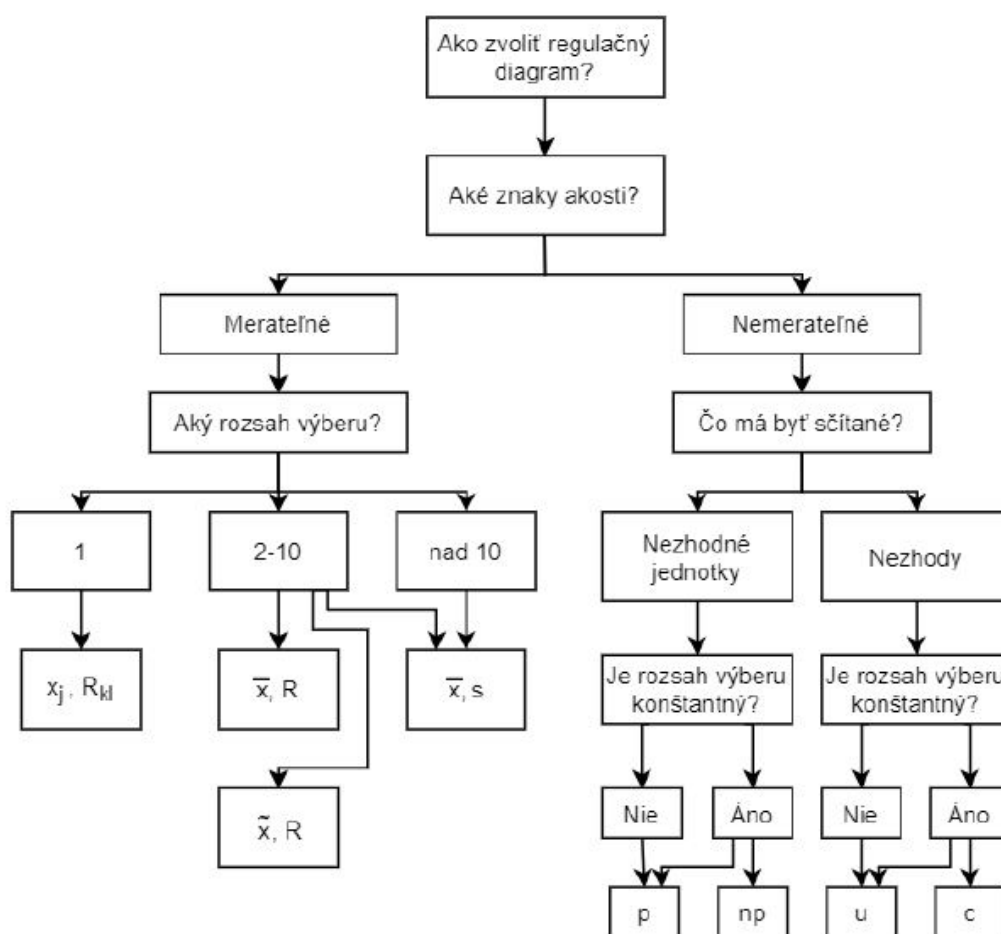
Tieto regulačné diagramy boli vytvorené W. Shewhartom v roku 1924 a sú považované za základ celého systému štatistickej regulácie procesu. Boli navrhnuté pre sle-

dovanie len jedného znaku akosti a základným predpokladom pre ich použitie je možnosť realizácie dostatočného počtu výberov (minimálne 20-25) za relatívne stabilných podmienok realizácie procesu.

Klasické Shewhartove regulačné diagramy patria do skupiny regulačných diagramov bez pamäti, pretože v aktuálnej hodnote testovacieho kritéria nie sú zohľadnené predošlé hodnoty. Delia sa na dva základné typy:

- Regulačné diagramy pre reguláciu meraním
- Regulačné diagramy pre reguláciu porovnávaním

Postup, ako zvoliť správny typ regulačného diagramu, je zobrazený na obrázku 2.3. Jednotlivým typom regulačných diagramov sa budeme venovať v nasledujúcich podkapitolách.



Obr. 2.3: Voľba regulačného diagramu. Prevzaté z [1] a preložené.

2.1.1 Diagramy pre reguláciu meraním

Ako je uvedené v [1]: „Regulačné diagramy pre reguláciu meraním (Control Charts for Variables) sa používajú pre merateľné znaky akosti alebo technologické parametre“.

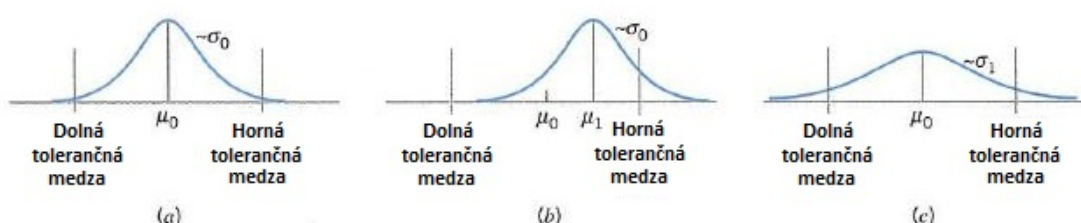
tre.“ Pre správnu aplikáciu týchto diagramov je potrebné, aby regulovaná veličina spĺňala nasledujúce predpoklady:

- regulovaná veličina, ktorá je spojitou náhodnou veličinou, má normálne rozdelenie s konštantnou strednou hodnotou a s konštantnou smerodajnou odchýlkou
- jednotlivé merania sú navzájom nezávislé

Pred voľbou metódy regulácie meraním je potrebné tieto predpoklady overiť. Pokiaľ regulovaná veličina spĺňa uvedené predpoklady, volíme metódu štatistickej regulácie procesu podľa schémy na obrázku 2.3.

Všimnime si, že pre reguláciu meraním je doporučená vždy dvojica regulačných diagramov. Je to z toho dôvodu, že pri štatistickej regulácii meraním je potrebné mať pod kontrolou ako polohu (strednú hodnotu) regulovanej veličiny, tak aj jej variabilitu. Prečo je to potrebné si ukážeme na obrázku nižšie.

Obrázok 2.4 znázorňuje výstupy z procesu. Na obrázku 2.4a je zobrazená situácia, kedy stredná hodnota a smerodajná odchýlka dosahujú požadované hodnoty μ_0 , σ_0 . V takomto prípade väčšina výstupov z procesu spĺňa požadované špecifikácie. Na obrázku 2.4b je však stredná hodnota väčšia ako požadovaná hodnota μ_0 , tzn. $\mu_1 > \mu_0$, čo spôsobilo zvýšenie počtu produktov, ktoré požadované špecifikácie nespĺňajú. Na obrázku 2.4c je síce opäť dosiahnutá požadovaná stredná hodnota μ_0 , avšak tentokrát sa zvýšila hodnota smerodajnej odchýlky zo σ_0 na σ_1 , čo taktiež viedlo ku zvýšeniu počtu nevyhovujúcich produktov. [5]



Obr. 2.4: Výstupy z procesu v prípade, že (a) sú dosiahnuté požadované hodnoty, (b) $\mu_1 > \mu_0$, (c) $\sigma_1 > \sigma_0$. Prevzaté z [5] a preložené.

Regulačné diagramy pre \bar{x} a R

Najčastejšie používanou dvojicou regulačných diagramov v praxi je podľa [1] a [4] dvojica regulačných diagramov pre priemer \bar{x} a rozpätie R . Použitie týchto diagramov je vhodné v prípade, že sa pracuje s menšími rozsahmi výberov (2-10 jednotiek). [1]

Regulačný diagram pre výberový priemer (\bar{x})

V prípade regulačných diagramov pre výberový priemer je testovacím kritériom výberový aritmetický priemer \bar{x}_j z výberu o konštantnom rozsahu n . Vzťah pre výpočet

výberového aritmetického priemeru j-teho výberu \bar{x}_j môžeme vyjadriť v nasledujúcom tvare:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}, \quad (2.1)$$

kde x_{ij} je i-tá nameraná hodnota regulovanej veličiny v j-tom výbere.

V prípade, že nepoznáme hodnoty μ_0 a σ_0 a riziko zbytočného signálu zvolíme $\alpha = 0,0027$, hodnotu centrálnej priamky (CL) a hodnotu regulačných medzí (LCL, UCL) vypočítame podľa nasledujúcich vzťahov:

$$CL = \hat{\mu}_0 = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j, \quad (2.2)$$

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot \bar{R}, \quad (2.3)$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot \bar{R}, \quad (2.4)$$

kde k je počet výberov, A_2 je súčiniteľ pre výpočet regulačných medzí a \bar{R} je priemerné výberové rozpätie. Hodnota súčiniteľa A_2 závisí na rozsahu výberu n a jeho hodnoty pre rozsahy $n = 2$ až $n = 25$ sú uvedené v norme ČSN ISO 8258 (táto norma je neplatná od roku 2016, avšak po konzultácii s vedúcim diplomovej práce sme sa ju napriek tomu rozhodli použiť). V tejto práci sú hodnoty súčiniteľa A_2 a tiež niektorých ďalších súčiniteľov uvedené v tabuľke 2.1.

Priemerné výberové rozpätie vo výberoch \bar{R} vypočítame zo vzťahu:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{j=1}^k R_j}{k}, \quad (2.5)$$

kde výberové rozpätie j-teho výberu R_j predstavuje rozdiel maximálnej a minimálnej nameranej hodnoty regulovanej veličiny v j-tom výbere. Môžeme ho teda vyjadriť ako:

$$R_j = x_{max,j} - x_{min,j}, \quad (2.6)$$

kde $x_{max,j}$ je najväčšia nameraná hodnota regulovanej veličiny v j-tom výbere a $x_{min,j}$ je najmenšia nameraná hodnota regulovanej veličiny v j-tom výbere.

Regulačný diagram pre výberové rozpätie (R)

V regulačnom diagrame pre výberové rozpätie je testovacím kritériom výberové rozpätie R_j .

V prípade, že nepoznáme hodnoty μ_0 a σ_0 a riziko zbytočného signálu zvolíme $\alpha = 0,0027$, hodnotu centrálnej priamky (CL) a hodnotu regulačných medzí (LCL, UCL) vypočítame podľa nasledujúcich vzťahov:

$$CL = \bar{R}, \quad (2.7)$$

$$UCL = D_4 \cdot \bar{R}, \quad (2.8)$$

$$LCL = D_3 \cdot \bar{R}, \quad (2.9)$$

kde D_3 a D_4 sú súčinitele pre výpočet regulačných medzí, ktoré taktiež nájdeme v tabuľke 2.1. Vzťah pre výpočet \bar{R} sme si uviedli už pri regulačnom diagrame pre výberový priemer. [1]

Rozsah podskupiny n	Súčinitele pre výpočet CL, LCL, UCL							
	A ₂	A ₃	B ₃	B ₄	D ₃	D ₄	C ₄	d ₂
2	1,880	2,659	0,000	3,267	0,000	3,267	0,797 9	1,128
3	1,023	1,954	0,000	2,568	0,000	2,574	0,886 2	1,693
4	0,729	1,628	0,000	2,266	0,000	2,282	0,921 3	2,059
5	0,577	1,427	0,000	2,089	0,000	2,114	0,940 0	2,326
6	0,483	1,287	0,030	1,970	0,000	2,004	0,951 5	2,534
7	0,419	1,182	0,118	1,882	0,076	1,924	0,959 4	2,704
8	0,373	1,099	0,185	1,815	0,136	1,864	0,965 0	2,847
9	0,337	1,032	0,239	1,761	0,184	1,816	0,969 3	2,970
10	0,308	0,975	0,284	1,716	0,223	1,777	0,972 7	3,078
11	0,285	0,927	0,321	1,679	0,256	1,744	0,975 4	3,173
12	0,266	0,886	0,354	1,646	0,283	1,717	0,977 6	3,258
13	0,249	0,850	0,382	1,618	0,307	1,693	0,979 4	3,336
14	0,235	0,817	0,406	1,594	0,328	1,672	0,981 0	3,407
15	0,223	0,789	0,428	1,572	0,347	1,653	0,982 3	3,472
16	0,212	0,763	0,448	1,552	0,363	1,637	0,983 5	3,532
17	0,203	0,739	0,466	1,534	0,378	1,622	0,984 5	3,588
18	0,194	0,718	0,482	1,518	0,391	1,608	0,985 4	3,640
19	0,187	0,698	0,497	1,503	0,403	1,597	0,986 2	3,689
20	0,180	0,680	0,510	1,490	0,415	1,585	0,986 9	3,735
21	0,173	0,663	0,523	1,477	0,425	1,575	0,987 6	3,778
22	0,167	0,647	0,534	1,466	0,434	1,566	0,988 2	3,819
23	0,162	0,633	0,545	1,455	0,443	1,557	0,988 7	3,858
24	0,157	0,619	0,555	1,445	0,451	1,548	0,989 2	3,895
25	0,153	0,606	0,565	1,435	0,459	1,541	0,989 6	3,931

Tabuľka 2.1: Hodnoty súčiniteľov pre výpočet regulačných medzí. Prevzaté z [1].

Postup pri použití dvojice regulačných diagramov (\bar{x}, R)

Pokiaľ sa rozhodneme pre dvojicu regulačných diagramov (\bar{x}, R) , je potrebné začať najskôr s diagramom R , a to z toho dôvodu, že regulačné medze diagramu \bar{x} závisia od variability procesu. Pokiaľ nie je variabilita procesu pod kontrolou, nemá zmysel tieto medze určovať. [5]

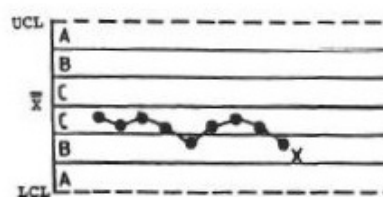
Ako prvé teda určíme centrálnu priamku a dolnú a hornú regulačnú medzu diagramu R . Tieto hodnoty, spolu s hodnotami R_j zakreslíme do diagramu a pomocou testov na obrázku 2.5 určíme prítomnosť vymedziteľných príčin (pre účely aplikácie testov je regulačný diagram rovnomerne rozdelený do šiestich pásiem so šírkou 1σ , ktoré sú označené A, B, C, pričom pásma C ležia symetricky okolo centrálnej priamky). Pri každom náznaku vymedziteľnej príčiny v údajoch sa analyzuje operácia výrobného procesu, aby sa zistila a odstránila príčina, spôsobujúca štatisticky nezvládnutý stav. Všetky podskupiny ovplyvnené touto príčinou sa vylúčia (z oboch

diagramov) a regulačný diagram sa zostaví nanovo. Takto postupujeme dovtedy, kým diagram R nevykazuje štatisticky zvládnutý stav.[4]

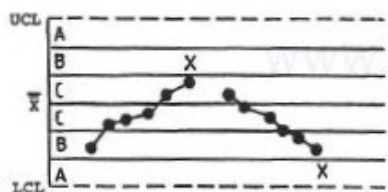
Ak sme pri diagrame R dosiahli štatisticky zvládnutý stav, môžeme prejsť k zostaveniu diagramu \bar{x} . Postup pre jeho zostavovanie je rovnaký, ako v prípade diagramu R . Určíme teda hodnoty CL, LCL, UCL a spolu s hodnotami \bar{x}_j ich zakreslíme do diagramu \bar{x} . Následne určíme prítomnosť vymedziteľných príčin. Pokiaľ sa v procese vyskytujú, uskutoční sa nápravný a preventívny zásah a opäť sa vylúčia všetky body, ukazujúce na štatisticky nezvládnutý stav výrobného procesu, pre ktoré boli zistené vymedziteľné príčiny. Nakoniec prepočítame centrálnu priamku a regulačné medze a diagram zostavíme nanovo. Tento postup taktiež opakujeme dovtedy, kým diagram \bar{x} nevykazuje štatisticky zvládnutý stav.[4]



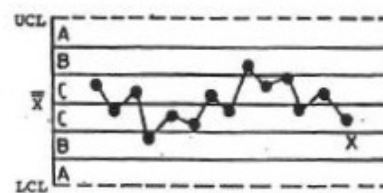
Test 1: Jeden bod leží za zónou A



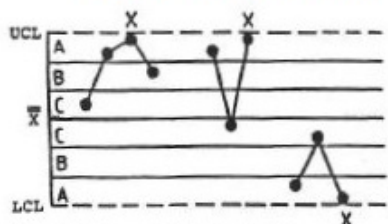
Test 2: Deväť bodov v rade za sebou leží v zóne C alebo za ňou



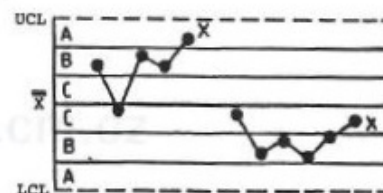
Test 3: Šesť bodov v rade za sebou je plynuťo stúpajúcich alebo klesajúcich



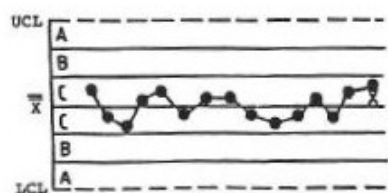
Test 4: Štrnásť bodov v rade za sebou pravidelne kolísajú hore a dole



Test 5: Dva z troch bodov v rade za sebou ležia v zóne A alebo mimo nej



Test 6: Štyri z piatich bodov za sebou ležia v zóne B alebo na nej



Test 7: Pätnásť bodov v rade za sebou leží v zóne C (nad a pod centrálnou priamkou)



Test 8: Osem bodov v rade za sebou leží na oboch stranách od centrálnnej priamky, avšak žiadny bod neleží v zóne C

Obr. 2.5: Testy vymedziteľných príčin. Prevzaté z [4] a preložené.

Napriek tomu, že dvojicu regulačných diagramov pre výberový priemer a výberovú smerodajnú odchýlku je možné použiť aj v prípade malého rozsahu výberov ($n \leq 10$), v praxi sa v takýchto prípadoch dáva prednosť skôr dvojici regulačných diagramov (\bar{x}, R) . Dvojica regulačných diagramov (\bar{x}, \bar{s}) sa používa najmä v prípade, že pracujeme s výbermi o rozsahu $n > 10$.^[1]

Regulačný diagram pre výberový priemer (\bar{x})

Aj v prípade dvojice regulačných diagramov (\bar{x}, \bar{s}) je v regulačnom diagrame pre výberový priemer testovacím kritériom výberový aritmetický priemer \bar{x}_j z výberu o konštantnom rozsahu n . Pre jeho výpočet opäť využijeme vzťah 2.1.^[1]

Ak si znova zvolíme riziko zbytočného signálu $\alpha = 0,0027$ a nepoznáme hodnoty μ_0 a σ_0 , hodnotu centrálnej priamky vypočítame rovnako ako v prípade dvojice diagramov (\bar{x}, R) , a to pomocou vzťahu 2.2. Pre výpočet regulačných medzí LCL a UCL využijeme vzťahy:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3 \cdot \bar{s}, \quad (2.10)$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3 \cdot \bar{s}, \quad (2.11)$$

pričom hodnoty súčiniteľa pre výpočet regulačných medzí A_3 pre rozsahy $n=2$ až $n=25$ nájdeme opäť v tabuľke 2.1 a priemernú smerodajnú odchýlku \bar{s} vo výberoch dostaneme zo vzťahu:

$$\bar{s} = \frac{\sum_{j=1}^k s_j}{k}, \quad (2.12)$$

kde k je počet výberov a s_j je výberová smerodajná odchýlka v j -tom výbere, daná vzťahom:

$$s_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}} \quad (2.13)$$

Regulačný diagram pre výberovú smerodajnú odchýlku (s)

V regulačnom diagrame (s) je testovacím kritériom výberová smerodajná odchýlka s_j (viď vzťah 2.13).

V prípade, že zvolíme riziko zbytočného signálu $\alpha = 0,0027$ a hodnoty μ_0 a σ_0 nepoznáme, určíme hodnotu centrálnej priamky a hodnoty regulačných medzí zo vzťahov:

$$CL = \bar{s}, \quad (2.14)$$

$$UCL = B_4 \cdot \bar{R}, \quad (2.15)$$

$$LCL = B_3 \cdot \bar{R}, \quad (2.16)$$

kde hodnoty súčiniteľov pre výpočet regulačných medzí B_3 a B_4 získame z tabuľky 2.1. Vzťahy pre výpočet priemerného výberového rozpätia \bar{R} a priemernej smerodajnej odchýlky \bar{s} vo výberoch sme si uviedli vyššie (viď vzťahy 2.5, 2.12). [1]

Postup pri použití dvojice regulačných diagramov (\bar{x}, s)

Pri dvojici regulačných diagramov (\bar{x}, s) postupujeme obdobne, ako pri dvojici diagramov (\bar{x}, R) , pričom začneme najskôr diagramom s a diagram \bar{x} zostavíme až v prípade, že je diagram s v štatisticky zvládnutom stave.

Regulačné diagramy pre \tilde{x} a R

Dvojicu regulačných diagramov pre výberový medián \tilde{x} a výberové rozpätie R možno použiť pri malých rozsahoch výberu (2-10), a to najmä v prípade ručného vedenia diagramu. Diagramy (\tilde{x}, R) sú ľahko aplikovateľné a nevyžadujú toľko výpočtov ako diagramy (\bar{x}, R) . Nevýhodou diagramu pre medián je však menšia citlivosť (oproti diagramu \bar{x}).

Regulačný diagram pre výberový medián (\tilde{x})

V regulačnom diagrame pre výberový medián je testovacím kritériom výberový medián \tilde{x}_j . Pokiaľ je rozsah výberu n nepárne číslo, hodnotu výberového mediánu pre j -ty výber vypočítame nasledovne:

$$\tilde{x}_j = x_{mj} \quad \text{pre } m = \frac{n+1}{2}, \quad (2.17)$$

kde x_{mj} je m -tá hodnota v usporiadanom súbore hodnôt regulovanej veličiny pre j -ty výber. Ak je rozsah výberu n párne číslo, pre výpočet výberového mediánu použijeme vzťah:

$$\tilde{x}_j = \frac{x_{mj} + x_{(m+1)j}}{2} \quad \text{pre } m = \frac{n}{2} \quad (2.18)$$

Ak si zvolíme riziko zbytočného signálu $\alpha = 0,0027$ a nepoznáme hodnoty μ_0 a σ_0 , hodnotu centrálnej priamky a hodnoty regulačných medzí UCL, LCL vypočítame pomocou vzťahov:

$$CL = \bar{\tilde{x}} = \frac{\sum_{j=1}^k \tilde{x}_j}{k}, \quad (2.19)$$

$$UCL = \bar{\tilde{x}} + A_4 \cdot \bar{R}, \quad (2.20)$$

$$LCL = \bar{\tilde{x}} - A_4 \cdot \bar{R}, \quad (2.21)$$

pričom hodnoty súčiniteľa pre výpočet regulačných medzí A_4 sú uvedené v tabuľke 2.2 a priemerné rozpätie vo výberoch \bar{R} vypočítame opäť podľa vzťahu 2.5.[1]

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_4	1.88	1.19	0.80	0.69	0.55	0.51	0.43	0.41	0.36

Tabulka 2.2: Hodnoty súčiniteľa A_4 . Prevzaté z [4].

Regulačný diagram pre výberové rozpätie (R)

Rovnako ako v diagrame (R) v dvojici regulačných diagramov (\bar{x} , R), aj v tomto prípade využijeme pre výpočet hodnôt centrálnej priamky a regulačných medzí vzťahy 2.7, 2.8, 2.9.

Postup pri použití dvojice regulačných diagramov (\tilde{x} , R)

Pri dvojici regulačných diagramov (\tilde{x} , R) postupujeme obdobne, ako pri dvojici diagramov (\bar{x} , R). Takisto začneme najskôr diagramom R a diagram \tilde{x} zostavíme až v prípade, že je diagram R v štatisticky zvládnutom stave.

Regulačné diagramy pre x_j a R_{kl}

Dvojicu regulačných diagramov pre individuálne hodnoty (x_j) a kľzavé rozpätie (R_{kl}) je vhodné použiť v prípade, že ekonomické alebo technické podmienky neumožňujú realizovať výbery väčšie ako $n=1$. Treba však vziať do úvahy, že táto dvojica regulačných diagramov je menej citlivá na zmeny vo výrobnom procese ako dvojica regulačných diagramov (\bar{x} , R) a naopak je zase veľmi citlivá na odchýlky rozdelenia regulovanej veličiny od normálneho rozdelenia. [1], [4]

Regulačný diagram pre individuálne hodnoty (x_j)

Do regulačného diagramu pre individuálne hodnoty sa zaznamenávajú priamo jednotlivé namerané hodnoty x_j a pretože neexistujú žiadne logické podskupiny, ktoré by poskytovali odhad variability vo vnútri dávky, sú regulačné medze založené na miere kolísania získanej z kľzavých rozpätí dvoch pozorovaní. Kľzavé rozpätie vypočítame ako absolútnu hodnotu rozdielu dvoch po sebe idúcich meraní. Pre j -ty výber o rozsahu $n = 1$ je teda kľzavé rozpätie dané vzťahom: [1][4]

$$R_{j,kl} = |x_j - x_{j-1}|. \quad (2.22)$$

V prípade, že zvolíme riziko zbytočného signálu $\alpha = 0,0027$ a hodnoty μ_0 a σ_0 nepoznáme, určíme hodnotu centrálnej priamky a hodnoty regulačných medzí zo vzťahov:

$$CL = \bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k x_j}{k}, \quad (2.23)$$

$$UCL = \bar{x} + E_2 \cdot \bar{R}_{kl}, \quad (2.24)$$

$$LCL = \bar{x} - E_2 \cdot \bar{R}_{kl}, \quad (2.25)$$

kde k je počet nameraných hodnôt regulovanej veličiny a hodnotu súčiniteľa E_2 určíme nepriamo z tabuľky 2.1 ($E_2 = 3/d_2$, pričom vyberáme hodnotu d_2 pre rozsah $n = 2$). Pre výpočet priemerného kĺzavého rozpätia \bar{R}_{kl} použijeme vzťah:

$$\bar{R}_{kl} = \frac{1}{k-1} \cdot \sum_{j=2}^k R_{j,kl}. \quad (2.26)$$

Regulačný diagram pre kĺzavé rozpätie (R_{kl})

Do regulačného diagramu pre kĺzavé rozpätie zakresľujeme hodnoty kĺzavého rozpätia $R_{j,kl}$ (viď vzťah 2.26).

Ak opäť uvažujeme, že $\alpha = 0,0027$ a hodnoty μ_0 a σ_0 nepoznáme, hodnotu centrálnej priamky a hodnoty regulačných medzí UCL, LCL vypočítame pomocou vzťahov:

$$CL = \bar{R}_{kl}, \quad (2.27)$$

$$UCL = D_4 \cdot \bar{R}_{kl}, \quad (2.28)$$

$$LCL = D_3 \cdot \bar{R}_{kl}, \quad (2.29)$$

pričom hodnoty súčiniteľov D_3 a D_4 určíme takisto z tabuľky 2.1 (opäť volíme hodnoty pre rozsah $n = 2$).

Postup pri použití dvojice regulačných diagramov (x_j, R_{kl})

Pri dvojici regulačných diagramov (x_j, R_{kl}) postupujeme obdobne, ako pri dvojici diagramov (\bar{x}, R), pričom začneme najskôr diagramom R_{kl} a diagram x_j zostavíme až v prípade, že je diagram R_{kl} v štatisticky zvládnutom stave.

2.1.2 Diagramy pre reguláciu porovnávaním

Regulačné diagramy pre reguláciu porovnávaním (Control Charts for Attributes) sa používajú pre nemerateľné (atributívne) znaky akosti. Sledované sú teda buď počty nezhodných produktov alebo počty nezhôd na týchto produktoch.

V prípade, že pracujeme s počtom nezhôd, môžeme použiť buď regulačný diagram pre počet nezhôd (c) alebo regulačný diagram pre počet nezhôd na jednotku (u) (viď obrázok 2.3). V oboch prípadoch pritom predpokladáme Poissonovo rozdelenie regulovanej veličiny.

Pokiaľ pracujeme s počtom nezhodných jednotiek vo výbere, volíme buď regulačný diagram pre počet nezhodných jednotiek (np) alebo regulačný diagram pre podiel nezhodných jednotiek (p). Pri týchto dvoch diagramoch však predpokladáme binomické rozdelenie regulovanej veličiny.[1]

Narozdiel od regulácie meraním, kde je potrebná dvojica regulačných diagramov (jeden pre polohu, druhý pre variabilitu), nám teda pri regulácii porovnávaním stačí jediný diagram. Je to z toho dôvodu, že zatiaľ čo normálne rozdelenie, ktoré sa

pri regulácii meraním predpokladá, závisí na dvoch parametroch, rozdelenie, ktoré predpokladáme pri regulácii porovnávaním, má len jeden nezávislý parameter (priemernú úroveň).[4]

Regulačný diagram pre počet nezhôd (c)

Regulačný diagram pre počet nezhôd sa používa buď v prípade, že sledujeme počet nezhôd vo výbere o konštantnom rozsahu n ($n > 1$), alebo v prípade, že sledujeme počet nezhôd na jednom objekte ($n=1$) za predpokladu, že všetky kontrolované objekty sú rovnaké.[1]

Na to, aby sme rozdelenie počtu nezhôd vo výbere mohli popísať Poissonovým rozdelením s parametrami $E(X) = n\lambda_0$ a $D(X) = n\lambda_0$, musia byť splnené nasledujúce predpoklady:

- pravdepodobnosť výskytu nezhody na jednej jednotke je malá
- teoreticky je možné uvažovať veľký až nekonečný počet nezhôd na jednej jednotke

λ_0 je pritom definovaná ako priemerný počet nezhôd na vyrobenú jednotku a môže byť stanovená viacerými spôsobmi: ako špecifikovaná nominálna hodnota, ako empirická hodnota stanovená na základe minulej skúsenosti s výrobným procesom alebo ako odhad vypočítaný z hodnôt zistených v podmienkach štatisticky zvládnutého procesu.

Poissonovo rozdelenie je následne možné za podmienky $n\lambda_0 \geq 5$ aproximovať normálnym rozdelením. Aby však bola aproximácia vyhovujúca, vyžaduje sa, aby $n\lambda_0 \geq 9$. V opačnom prípade sa doporučuje buď použiť vhodnú transformáciu, alebo zvýšiť rozsah výberu n tak, aby bola podmienka splnená.

V prípade, že riziko zbytočného signálu zvolíme $\alpha = 0,0027$ a parameter $n\hat{\lambda}_0$ (kde $\hat{\lambda}_0$ je odhad λ_0) označíme ako \bar{c} , potom za predpokladu, že je splnená podmienka $\bar{c} \geq 9$, vypočítame centrálnu priamku CL a regulačné medze LCL, UCL nasledovne:

$$CL = \bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k c_j, \quad (2.30)$$

$$UCL = \bar{c} + 3 \cdot \sqrt{\bar{c}}, \quad (2.31)$$

$$LCL = \bar{c} - 3 \cdot \sqrt{\bar{c}}, \quad (2.32)$$

kde c_j je počet nezhôd v j -tom výbere, resp. počet nezhôd na j -tom objekte, a k je počet výberov, resp. počet kontrolovaných objektov (hodnota k sa doporučuje 20-25).[1]

Postup pri použití regulačného diagramu pre počet nezhôd (c)

Pri regulačných diagramoch pre reguláciu porovnávaním postupujeme podobne ako

pri diagramoch pre reguláciu meraní, avšak s tým rozdielom, že pri určovaní prítomnosti vymedziteľných príčin používame väčšinou len prvé štyri testy z obrázku 2.5. [6]

Regulačný diagram pre počet nezhôd na jednotku (u)

V regulačnom diagrame pre počet nezhôd na jednotku je testovacím kritériom priemerný počet nezhôd na jednotku u_j . Tento typ diagramu sa používa najmä v prípadoch, kedy nie je možné zaistiť konštantný rozsah výberu n , alebo keď sa kontrolujú jednotlivé objekty rozdielnej veľkosti. Môžeme ho však použiť aj v prípade, že je rozsah výberu konštantný, ale je záujem sledovať priemerný počet nezhôd na jeden produkt. [1]

Na to, aby sme rozdelenie regulovanej veličiny mohli popísať Poissonovým rozdelením, musia byť splnené rovnaké predpoklady ako v prípade regulačného diagramu pre počet nezhôd (c). Pre použitie aproximácie Poissonovho rozdelenia normálnym rozdelením musí byť takisto splnená rovnaká podmienka, ako v prípade diagramu (c). [1]

Pokiaľ je podmienka $\bar{c} \geq 9$ splnená, riziko chýbajúceho signálu opäť zvolíme $\alpha = 0,0027$ a hodnotu λ_0 nepoznáme, vypočítame centrálnu priamku CL podľa vzťahu:

$$CL = \bar{u} = \frac{\sum_{j=1}^k c_j}{\sum_{j=1}^k n_j}, \quad (2.33)$$

kde c_j je počet nezhôd v j -tom výbere alebo na j -tom objekte, n_j je rozsah j -teho výberu alebo počet jednotiek na j -tom objekte a k je počet výberov alebo kontrolovaných objektov. Regulačné medze LCL a UCL potom určíme nasledovne:

- ak $n_j \in \langle \bar{n} - 0, 25\bar{n}; \bar{n} + 0, 25\bar{n} \rangle$

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/\bar{n}}, \quad (2.34)$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/\bar{n}}, \quad (2.35)$$

- ak $n_j \notin \langle \bar{n} - 0, 25\bar{n}; \bar{n} + 0, 25\bar{n} \rangle$

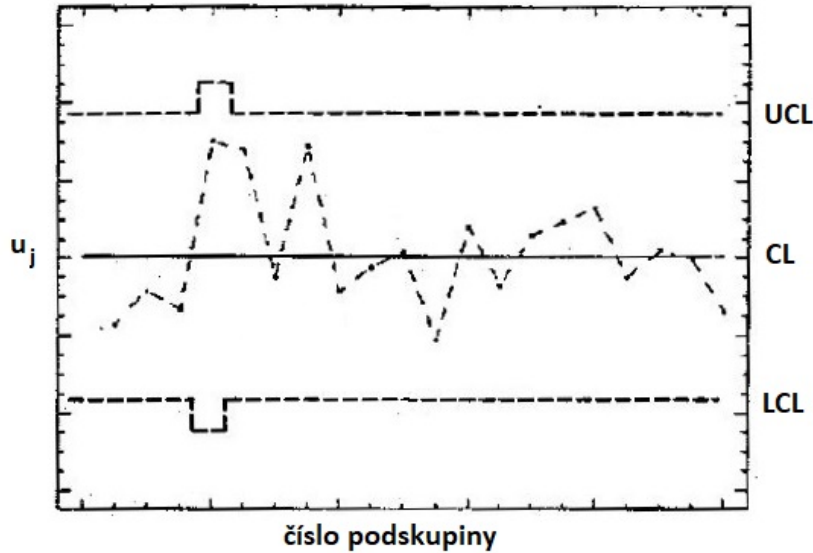
$$UCL_j = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/n_j}, \quad (2.36)$$

$$LCL_j = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/n_j}, \quad (2.37)$$

kde \bar{n} je priemerný rozsah výberu alebo priemerný počet merných jednotiek na jeden objekt, ktorý vypočítame podľa vzťahu:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j}{k}. \quad (2.38)$$

Regulačné medze sú teda konštantné len v prípade, že rozsah každého výberu (resp. počet jednotiek na každom objekte) spadá do intervalu $\langle \bar{n} - 0, 25\bar{n}, \bar{n} + 0, 25\bar{n} \rangle$. Takýmto regulačným medziam sa hovorí tiež priemerné medze. Pokiaľ rozsah niektorého výberu (resp. počet jednotiek na niektorom objekte) do tohto intervalu nespadá, určujú sa preň tzv. individuálne medze podľa vzťahov 2.36 a 2.37. Diagram s použitím takýchto medzí je zobrazený na obrázku 2.6.



Obr. 2.6: Použitie individuálnych regulačných medzí. Prevzaté z [1] a pozmenené.

V prípade, kedy rozsah výberu (resp. počet jednotiek na objekte) značne kolísá, môžeme použiť alternatívny postup, ktorý spočíva v tom, že namiesto znázornenia u_j znázorníme do diagramu s centrálnou priamkou $CL = 0$ a regulačnými medzami $LCL = -3$ a $UCL = 3$ normovanú hodnotu

$$Z_j = \frac{u_j - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_j}}}. \quad (2.39)$$

Viac informácií k tomuto postupu môžeme nájsť napríklad v [5].

Regulačný diagram pre počet nezhodných jednotiek (np)

Regulačný diagram pre počet nezhodných jednotiek použijeme v prípade, že pracujeme s konštantným rozsahom výberu (rozsahy výberov n majú byť väčšie ako 50 jednotiek). Testovacím kritériom v tomto type diagramu je počet nezhodných jednotiek vo výbere x_j .

Ako už bolo spomenuté, počet nezhodných jednotiek sa riadi binomickým rozdelením s parametrami (p_0, n) . Parameter p_0 , ktorý predstavuje priemerný podiel nezhodných jednotiek v procese, pritom môže byť stanovený buď ako nominálna hodnota, ako empiricky zistená hodnota, alebo ako hodnota odhadnutá v podmienkach štatisticky zvládnutého procesu.

Spomínané binomické rozdelenie môžeme za podmienky $np_0(1 - p_0) \geq 9$ dobre aproximovať normálnym rozdelením. V prípade, že táto podmienka aproximácie splnená nie je, opäť sa doporučuje zvýšenie rozsahu výberov.

Pokiaľ zvolíme riziko chýbajúceho signálu $\alpha = 0,0027$, hodnoty parametra p_0 nepoznáme a podmienka aproximácie je splnená, centrálnu priamku CL a regulačné medze LCL, UCL stanovíme nasledovne:

$$CL = \bar{np} = \frac{\sum_{j=1}^k x_j}{k}, \quad (2.40)$$

$$UCL = \bar{np} + 3\sqrt{\bar{np}(1 - \bar{p})}, \quad (2.41)$$

$$LCL = \bar{np} - 3\sqrt{\bar{np}(1 - \bar{p})}, \quad (2.42)$$

kde x_j je počet nezhodných jednotiek v j -tom výbere, k je počet výberov (hodnota k sa opäť doporučuje 20-25) a \bar{p} je priemerný podiel nezhodných jednotiek, ktorý určíme zo vzťahu:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^k x_j}{\sum_{j=1}^k n_j}, \quad (2.43)$$

pričom n_j značí rozsah j -teho výberu.

Regulačný diagram pre podiel nezhodných jednotiek (p)

Na rozdiel od regulačného diagramu (np), regulačný diagram pre podiel nezhodných jednotiek možno použiť aj v prípade, kedy nie je možné zaistiť konštantné rozsahy výberov. Testovacím kritériom v tomto type diagramu je podiel nezhodných jednotiek na jednotku vo výbere p_j .^[1]

Regulačný diagram pre podiel nezhodných jednotiek sa takisto riadi binomickým rozdelením, pričom pre použitie aproximácie normálnym rozdelením musí byť splnená rovnaká podmienka, ako v prípade diagramu pre počet nezhodných jednotiek.

Pokiaľ je teda podmienka aproximácie splnená, riziko chýbajúceho signálu opäť zvolíme $\alpha = 0,0027$ a hodnotu p_0 nepoznáme, určíme centrálnu priamku CL zo vzťahu:

$$CL = \bar{p}, \quad (2.44)$$

pričom pre výpočet \bar{p} použijeme opäť vzťah 2.43. Regulačné medze LCL, UCL potom určíme nasledovne:

- ak $n_j \in \langle \bar{n} - 0,25\bar{n}; \bar{n} + 0,25\bar{n} \rangle$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/\bar{n}}, \quad (2.45)$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/\bar{n}}, \quad (2.46)$$

- ak $n_j \notin \langle \bar{n} - 0, 25\bar{n}; \bar{n} + 0, 25\bar{n} \rangle$

$$UCL_j = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n_j}, \quad (2.47)$$

$$LCL_j = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n_j}, \quad (2.48)$$

kde \bar{n} je priemerný rozsah výberu.[1]

Regulačné medze sú teda konštantné, ak rozsah každého výberu spadá do intervalu $n_j \in \langle \bar{n} - 0, 25\bar{n}; \bar{n} + 0, 25\bar{n} \rangle$. Pokiaľ rozsah niektorého výberu do tohto intervalu nespadá, určia sa preň individuálne medze.

Pokiaľ rozsah výberu značne kolísá, môžeme opäť použiť alternatívny postup, kedy namiesto znázornenia p_j znázorníme do diagramu s centrálnou priamkou $CL = 0$ a regulačnými medzami $LCL = -3$ a $UCL = 3$ normovanú hodnotu:

$$Z_j = \frac{p_j - \bar{p}}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})n_j}}. \quad (2.49)$$

Viac informácií k tomuto postupu môžeme taktisto nájsť v [5].

2.2 Iné typy regulačných diagramov

Klasické Shewhartove regulačné diagramy, ktoré sme rozoberali v predchádzajúcej podkapitole, dokážu odhaliť pôsobenie sporadických vymedziteľných príčin. Tieto príčiny vznikajú náhle a na proces pôsobia iba krátku dobu, avšak odchýlky spôsobené takýmito príčinami bývajú väčšie.

Pokiaľ sa však jedná o pôsobenie pretrvávajúcich vymedziteľných príčin, je vhodnejšie zvoliť iný typ regulačného diagramu, a to z toho dôvodu, že aj keď pretrvávajúce vymedziteľné príčiny spôsobujú náhle, určitú dobu trvajúce odchýlky v parametroch rozdelenia regulovanej veličiny, odchýlky nemusia byť väčšieho rozsahu a v takom prípade Shewhartove diagramy tieto odchýlky nie sú schopné rýchlo a hospodárne odhaliť. Pretrvávajúce príčiny totiž nie je možné odhaliť pomocou jednotlivých izolovaných výberov.

Pre detekciu malých zmien v procese sú veľmi efektívnou alternatívou ku klasickým Shewhartovým regulačným diagramom diagramy CUSUM a EWMA. Tieto diagramy sa radia medzi regulačné diagramy s pamäťou, pretože sú založené na princípe akumulovania informácie obsiahnutej vo všetkých predchádzajúcich výberoch. Diagramy CUSUM a EWMA si aspoň okrajovo rozoberieme v nasledujúcich podkapitolách. Podrobnejšie informácie k týmto typom diagramov možno nájsť napr. v [1] alebo [3].

Okrem regulačných diagramov pre detekciu malých zmien existujú aj regulačné diagramy pre krátke série (DNOM), regulačné diagramy pre nenormálne rozdelené znaky, viacrozmerné regulačné diagramy (Hotellingov diagram, MEWMA, MCUSUM) a iné. Tieto typy regulačných diagramov sú podrobnejšie rozobraté napr. v [3].

V tejto práci sa im však venovať nebudeme.

2.2.1 Diagram kumulovaných súčtov (CUSUM)

Diagramy CUSUM, vytvorené E. S. Pagom v roku 1954, majú oproti klasickým Shewhartovým diagramom niekoľko výhod: sú citlivejšie na malé a stredne veľké zmeny procesu ($0, 5\sigma - 2, 0\sigma$), ktoré navyše aj 2-4x rýchlejšie indikujú (pri rovnakom rozsahu výberu n), sú hospodárnejšie pre riziko zbytočného signálu $\alpha \leq 0, 1$ a tiež sú spojené s nižšími nákladmi na kontrolu (pri rovnakom riziku α). Navyše umožňujú presnejšie určiť okamžik počiatku zmeny parametrov rozdelenia regulovanej veličiny, odhadnúť jej veľkosť a určiť smer pôsobenia. Nevýhodou týchto diagramov je však vyššia pracnosť konštrukcie diagramu a jeho vyhodnotenia.[1]

Pri aplikácii tejto metódy sa zostrojí diagram, do ktorého sa na os x zaznamenáva poradie výberu k a na os y sa vynášajú hodnoty testovacieho kritéria. Testovacím kritériom je v tomto prípade kumulatívny súčet odchýliek zvolenej výberovej charakteristiky od cieľovej hodnoty pre všetky doteraz uskutočnené výbery.[1]

Podrobnejšiu charakteristiku metódy CUSUM si ukážeme pre diagram CUSUM pre výberové priemery (\bar{x}).

Diagram CUSUM pre výberové priemery (\bar{x})

V prípade diagramu pre výberové priemery sa cieľová hodnota Y_0 rovná požadovanej úrovni strednej hodnoty rozdelenia regulovanej veličiny μ_0 . Pokiaľ sa však zvolená hodnota μ_0 výrazne líši od skutočného stredu procesu, vedie to k nevhodnému priebehu bodov v diagrame CUSUM (body môžu opustiť diagram) a posúdenie zmien v procese je sťažené či dokonca nemožné. [1]

U regulovanej veličiny sa predpokladá normálne rozdelenie s parametrami μ a σ^2 a stochastická nezávislosť. Predpokladá sa tiež, že parametre daného normálneho rozdelenia sú známe. [2]

Do diagramu CUSUM pre výberové priemery zakresľujeme body o súradniciach $[k, C_k]$, pričom k je poradie výberu a C_k je hodnota testovacieho kritéria, ktorú určíme zo vzťahu:

$$C_k = \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \mu_0) = C_{k-1} + (\bar{x}_k - \mu_0), \quad C_0 = 0, \quad (2.50)$$

kde \bar{x}_j je výberový priemer z hodnôt regulovanej veličiny v j -tom výbere. Pri vykresľovaní bodov do diagramu je však potrebné vhodne zvoliť parameter mierky g . Postup pre stanovenie tohto parametra je podrobne rozpísaný v [1].

Pokiaľ body v diagrame zachovávajú smer približne rovnobežný s osou x , znamená to, že je proces udržiavaný na cieľovej hodnote μ_0 . Pokiaľ však body v diagrame počnúc bodom $[q, C_q]$ náhodne oscilujú okolo priamky, ktorá nie je rovnobežná s osou x , znamená to, že došlo k náhlejšej zmene strednej hodnoty regulovanej veličiny približne v dobe, kedy bol odobratý q -ty výber a táto zmena pretrváva. Body v diagrame tvoriace krivku viditeľne sa zakrivujúcu nahor alebo nadol zase značia

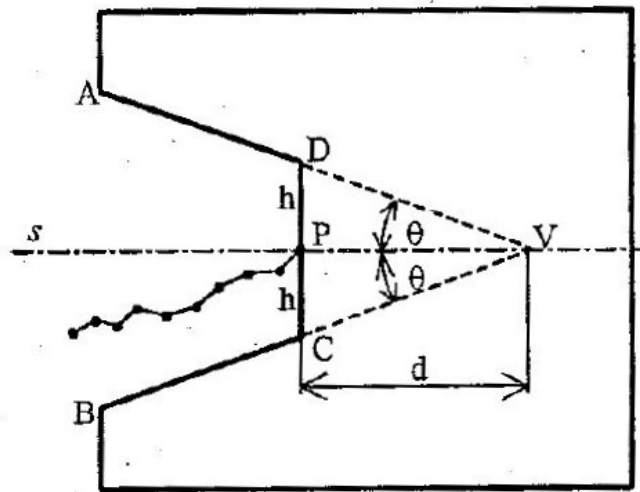
rastúcu, príp. klesajúcu strednú hodnotu regulovanej veličiny, ktorá sa ešte nestabilizovala.[1, 2]

Aby sme však boli schopní určiť, či zmena priebehu diagramu CUSUM signalizuje významnú odchýlku (tzn. pôsobenie vymedziteľných príčin) alebo sa jedná iba o odchýlku náhodnú, musíme diagram doplniť o rozhodovacie kritéria, ktorými môže byť:

- rozhodovacia maska,
- rozhodovací interval.

Princíp rozhodovacej masky

Rozhodovacia maska má najčastejšie tvar V, preto tento typ masky nazývame V-masku. V-masku pre obojstrannú reguláciu môžeme vidieť na obrázku 2.7.



Obr. 2.7: V-masku pre obojstrannú reguláciu. Prevzaté z [1].

Princíp použitia V-masky spočíva v jej priložení na diagram CUSUM a následnom posúdení rozmiestnenia jednotlivých bodov v diagrame. V-masku priložíme na diagram tak, aby os s uhla 2θ bola vodorovná s osou x diagramu a bod P masky prekrýval posledný zaznamenaný bod v diagrame. Pokiaľ niektorý z bodov v diagrame leží mimo výrez ADCB, je proces pokladaný za štatisticky nezvládnutý. V takom prípade je potrebné do procesu zasiahnuť. Pokiaľ sú však všetky body diagramu vo vnútri výrezu ADCB, pokračuje sa v realizácii procesu bez zásahu.

Princíp rozhodovacieho intervalu

Pri regulácii pomocou rozhodovacieho intervalu sa štatistika C_k v každom kroku porovnáva s konštantnými rozhodovacími medzami $+H$ a $-H$. Pretože väčšinou sledujeme odchýlky na obe strany od cieľovej hodnoty, konštruuje sa horný a dolný CUSUM (C_k^+ , C_k^-) podľa vzťahov:

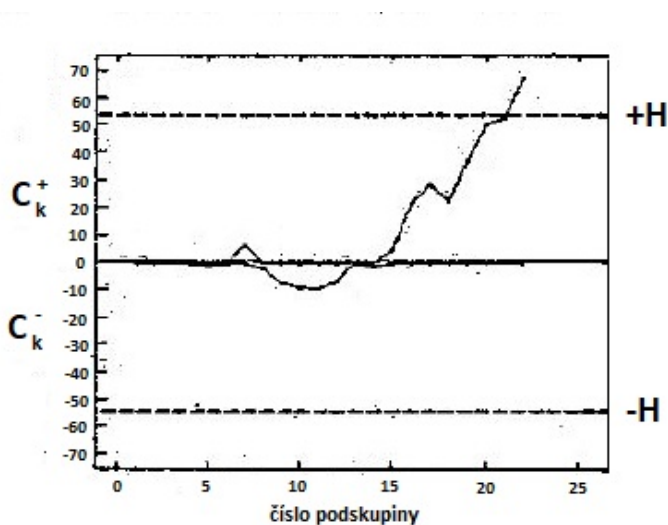
$$C_k^+ = \max\{0, C_{k-1}^+ + (\bar{x}_k - \mu_0 - K)\}, \quad C_k^- = \min\{0, C_{k-1}^- + (\bar{x}_k - \mu_0 + K)\}, \quad (2.51)$$

pričom K je tzv. referenčná hodnota a hodnoty C_0^+ a C_0^- sa obvykle volia nulové.[1, 2]

Štatistiku C_k^+ teda možno interpretovať ako kumulovaný súčet kladných odchýliek od cieľovej hodnoty, ktoré sú väčšie ako referenčná hodnota K a štatistiku C_k^- možno interpretovať ako kumulovaný súčet záporných odchýliek od cieľovej hodnoty, ktoré sú väčšie (v absolútnej hodnote) ako hodnota K .[2]

V prípade, že všetky hodnoty C_k^+ a C_k^- ležia v intervale $(-H, +H)$, proces pokladáme za štatisticky zvládnutý. Pokiaľ však C_k^+ dosiahne hornú medzu $+H$ (resp. C_k^- dosiahne dolnú medzu $-H$) alebo ju prekročí, znamená to, že v procese došlo ku kritickému posunu strednej hodnoty a proces vyžaduje zásah.[1]

Diagram CUSUM pre (\bar{x}) s rozhodovacím intervalom je zobrazený na obrázku 2.8, pričom v tomto prípade sa jedná o štatisticky nezvládnutý proces.



Obr. 2.8: Diagram CUSUM pre (\bar{x}) s rozhodovacím intervalom. Prevzaté z [1] a pozmenené.

2.2.2 Diagram exponenciálne vážených klzavých priemerov (EWMA)

Diagram EWMA vytvoril S. W. Roberts v roku 1959. Tieto diagramy sa používajú, podobne ako diagramy CUSUM, pre detekciu menších pretrvávajúcich zmien procesu a ich výhodou je ich robustnosť voči odchýlkam od normálneho rozdelenia. Sú vhodné najmä pre individuálne pozorovania, ale tiež je možné aplikovať ich v situácii, kedy je rozsah výberu väčší ako jedna.[2]

Diagramy EWMA využívajú všetky predchádzajúce pozorovania, avšak n rozdiel od diagramov CUSUM majú pozorovania v priebehu času rozdielnu váhu. Jedná sa teda o diagramy s nerovnomernou pamäťou.[1, 2]

Podrobnejšiu charakteristiku tejto metódy si ukážeme pre diagram EWMA pre výberové priemery (\bar{x}) .

V prípade diagramu EWMA pre výberové priemery sa cieľová hodnota Y_0 rovná požadovanej úrovni strednej hodnoty regulovanej veličiny μ_0 . U regulovanej veličiny sa pritom predpokladá normálne rozdelenie s konštantným rozptylom a stochastická nezávislosť.[1]

Diagram EWMA, rovnako ako diagram CUSUM, zohľadňuje nielen riziko zbytočného signálu α , ale aj riziko chýbajúceho signálu β a je definovaný rozsahom výberu n a parametrami λ a K . [1]

Hodnotu testovacieho kritéria po k -tom výbere určíme zo vzťahu:

$$EWMA_k = (1 - \lambda)^k \cdot \mu_0 + \lambda \cdot \sum_{j=1}^k (1 - \lambda)^{k-j} \cdot \bar{x}_j \quad \text{pre } 0 < \lambda < 1, j = 1, 2, \dots, k, \quad (2.52)$$

resp.

$$EWMA_k = (1 - \lambda)EWMA_{k-1} + \lambda \cdot \bar{x}_k, \quad EWMA_0 = \mu_0, \quad \text{pre } 0 < \lambda < 1, \quad (2.53)$$

kde k je poradie výberu a \bar{x}_j je výberový priemer z hodnôt regulovanej veličiny v j -tom výbere.

Ako môžeme vidieť vo vzťahoch 2.52 a 2.53, hĺbka pamäti je ovplyvňovaná voľbou parametra λ . Čím väčšia je λ , tým menší vplyv majú staršie výberové priemery. V prípade, že je $\lambda = 1$, testovacie kritérium EWMA a testovacie kritérium v klasickom Shewhartovom diagrame sú identické. Pokiaľ sa však λ blíži k nule, vlastnosti pamäti diagramu EWMA sa blížia k vlastnostiam pamäti diagramu CUSUM.[1]

Centrálnu priamku CL a regulačné medze LCL, UCL určíme podľa nasledujúcich vzťahov:

$$CL = \mu_0, \quad (2.54)$$

$$UCL = CL + K \cdot \sigma_{EWMA} = \mu_0 + K \cdot \sigma_{EWMA}, \quad (2.55)$$

$$LCL = CL - K \cdot \sigma_{EWMA} = \mu_0 - K \cdot \sigma_{EWMA}, \quad (2.56)$$

pričom pre výpočet smerodajnej odchýlky σ_{EWMA} použijeme vzťah:

$$\sigma_{EWMA} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} \cdot [1 - (1 - \lambda)^{2k}]}, \quad (2.57)$$

kde σ_0 je požadovaná úroveň smerodajnej odchýlky regulovanej veličiny a K je konštanta pre stanovenie regulačných medzí vyhovujúcich zvolenému riziku α (resp. zvolenej hodnote ARL).[1]

Pretože smerodajná odchýlka σ_{EWMA} nie je konštantná, závisia regulačné medze v diagrame EWMA na časovom okamžiku výberu. Relatívne rýchlo však prechádzajú do asymptotického tvaru. Asymptotické regulačné medze určíme zo vzťahov:

$$UCL = CL + K \cdot \sigma_a = \mu_0 + K \cdot \sigma_a, \quad (2.58)$$

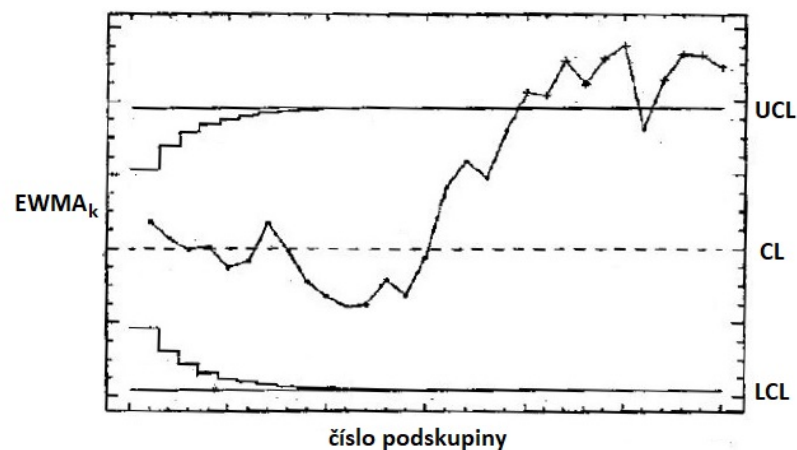
$$LCL = CL - K \cdot \sigma_a = \mu_0 - K \cdot \sigma_a, \quad (2.59)$$

pričom pre výpočet smerodajnej odchýlky σ_a použijeme vzťah:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}. \quad (2.60)$$

Štatistickú zvládnutosť procesu potom určíme nasledovne. V prípade, že všetky body diagramu ležia vo vnútri regulačných medzí, pokladáme proces za štatisticky zvládnutý. Pokiaľ však niektorý z bodov leží mimo regulačné medze, pokladáme proces za štatisticky nezvládnutý. Na rozdiel od klasických Shewhartových diagramov neaplikujeme testy trendov a iných nenáhodných zoskupení.^[1]

Regulačný diagram EWMA pre výberové priemery (\bar{x}) môžeme vidieť na obrázku 2.9. V tomto prípade sa jedná o štatisticky nezvládnutý proces.



Obr. 2.9: Diagram EWMA pre (\bar{x}). Prevzaté z [1] a pozmenené.

Bližšie informácie o postupe zostrojenia diagramov EWMA, ako aj informácie o určení parametrov λ a K sú uvedené napríklad v [1].

Kapitola 3

Spôsobilosť a výkonnosť procesu

Cielom regulačných diagramov, ktoré sme si rozobrali v predchádzajúcej kapitole, bolo odstrániť vymedziteľné príčiny z procesu a tým dostať proces do štatisticky zvládnutého stavu. Pretože chovanie štatisticky zvládnutého procesu je predvídateľné, môže byť následne posúdená jeho schopnosť trvalo dosahovať predom stanovené kritériá kvality. K tomu slúžia indexy spôsobilosti C_p , C_{pk} . [4]

Môžu však nastať situácie, kedy vymedziteľnú príčinu nie je možné identifikovať, a teda ani vykonať nápravné opatrenia pre jej odstránenie, alebo kedy vymedziteľnú príčinu síce odhalíme, avšak jej odstránenie z procesu nie je realizovateľné. Proces potom nemôžeme pokladať za štatisticky zvládnutý a tým pádom nemôžu byť použité indexy spôsobilosti. V takýchto prípadoch môžeme vyhodnotiť tzv. výkonnosť procesu, a to pomocou indexov výkonnosti P_p , P_{pk} . [7]

Analýza výrobného procesu pomocou ukazovateľov spôsobilosti a ukazovateľov výkonnosti môže potom slúžiť ako základ pre zlepšovanie procesu, ako poplašné zariadenie pre stráženie procesu, ale tiež napríklad ako podklad pre zdôvodnenie nákupu nového strojného zariadenia. Najdôležitejším prínosom je však dôkaz o spôsobilosti procesu podľa priania zákazníka alebo konštruktéra. [8]

Je však nutné podotknúť, že indexy C_p , C_{pk} a P_p , P_{pk} možno použiť len pre hodnotenie spôsobilosti a výkonnosti procesu u akostných znakov, ktoré možno popísať normálnym rozdelením. Takisto je treba spomenúť, že okrem týchto indexov existujú aj ďalšie ukazovatele spôsobilosti, ktorým sa však v tejto práci nebudeme venovať. Podrobnejšie informácie o nich možno získať napríklad v [1]. [8]

3.1 Index C_p

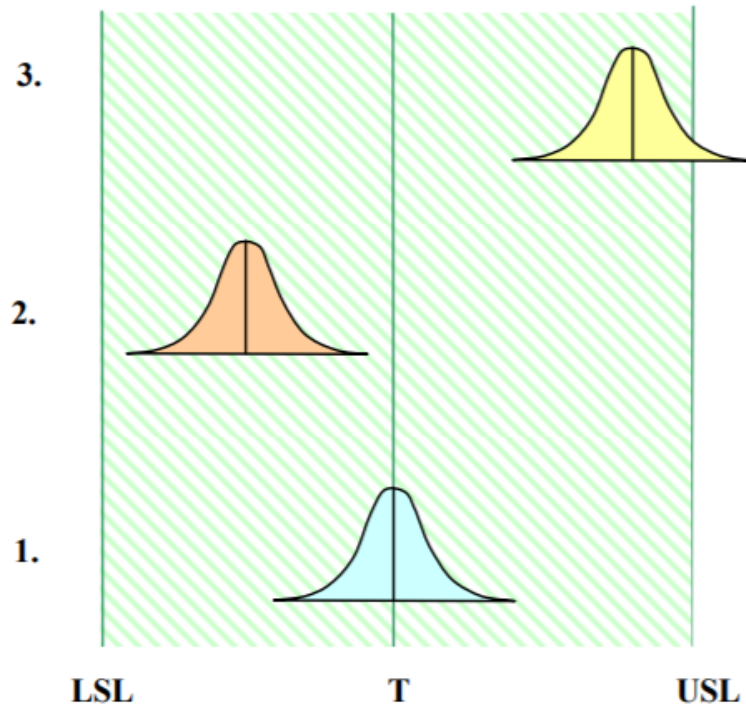
Index spôsobilosti C_p bol zavedený V. E. Kanom v roku 1986. Tento index je definovaný ako pomer medzi rozpätím medzi hornou a dolnou medznou hodnotou (tj. USL-LSL) a prirodzenou variabilitou výrobného procesu, ktorá sa v prípade normálne rozdeleného akostného znaku uvažuje ako 6-násobok odpovedajúcej smerodajnej odchýlky. V prípade indexu C_p sa táto smerodajná odchýlka vzťahuje k úrovni inherentnej variability, tzn. k tej časti variability procesu, ktorá je vyvolaná náhodnými príčinami. [8]

Pre výpočet indexu C_p teda použijeme vzťah:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}. \quad (3.1)$$

V prípade, že $C_p \geq 1,67$, považujeme proces za spôsobilý. Keďže sa však index C_p nevzťahuje k parametru polohy, môže aj napriek vysokej hodnote C_p dochádzať k výrobe veľkého percenta nezhodných kusov. Na obrázku 3.1 sú zobrazené tri

rôzne prípady s rovnakou hodnotou C_p . V prvom prípade je najčastejšie dosahovaná cieľová hodnota T a takisto je dodržiavaná tolerancia, preto je tento prípad najlepší. V druhom prípade je síce tolerancia dodržiavaná, avšak cieľová hodnota T nie je nikdy dosiahnutá. Najhorší je však tretí prípad, kedy cieľová hodnota nie je nikdy dosiahnutá a navyše nie je dodržiavaná ani tolerancia.[6, 8, 9]



Obr. 3.1: Tri rôzne prípady s rovnakou hodnotou C_p . Prevzaté z [9].

Ďalším nedostatkom tohto indexu môže byť skutočnosť, že vzťah 3.1 môžeme použiť iba vtedy, keď sú zadané obe medzné hodnoty. Pokiaľ pracujeme s akostnými znakmi, kde je zadaná iba jedna medzná hodnota, ktorá nemá byť prekročená (alebo naopak musí byť presiahnutá), je potrebné použiť iný index.[8]

3.2 Index C_{pk}

Index spôsobilosti C_{pk} bol takisto zavedený V. E. Kanom v roku 1986. Na rozdiel od indexu C_p však index C_{pk} hodnotí aj to, ako je proces centrovaný, tzn. aký je vzťah cieľovej hodnoty T a dosahovanej strednej hodnoty μ . Podľa [9] patrí tento index k najpoužívanejším charakteristikám spôsobilosti výrobného procesu. [1, 9]

Hodnotu indexu C_{pk} dostaneme zo vzťahu:

$$C_{pk} = \min \left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right), \quad (3.2)$$

Index C_{pk} navyše nevyžaduje zadanie oboch medzných hodnôt. Pokiaľ teda máme zadanú len hornú medznú hodnotu, použijeme vzťah:

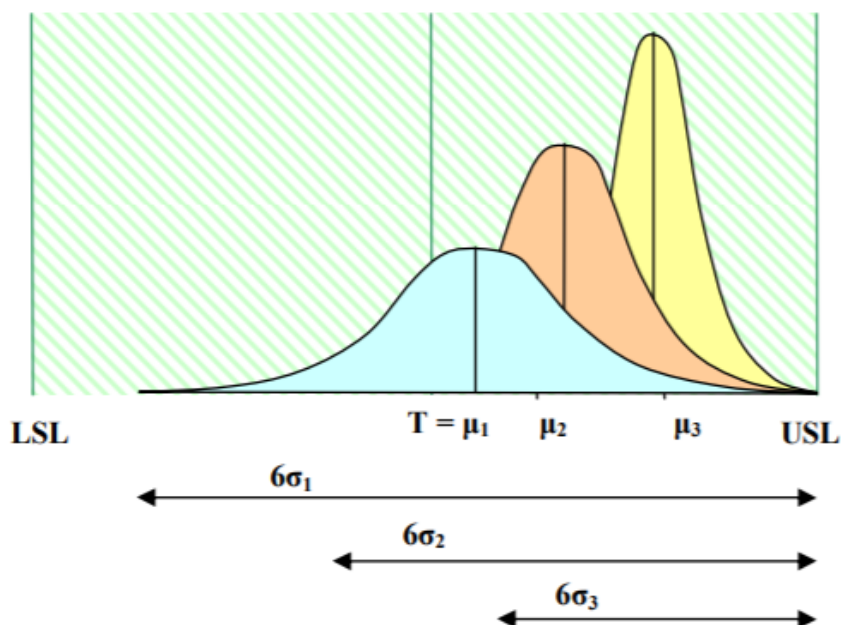
$$C_{pkU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}. \quad (3.3)$$

V prípade, že máme zadanú iba dolnú medznú hodnotu, použijeme vzťah:

$$C_{pkL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}. \quad (3.4)$$

Proces sa pritom považuje za spôsobilý, pokiaľ platí, že $C_{pk} \geq 1,67$ (v prípade jednostranných medzí, ak $C_{pkU} \geq 1,67$ alebo $C_{pkL} \geq 1,67$). [6]

Aj tento index má však svoje nedostatky. Pokiaľ sa totiž stredná hodnota μ od cieľovej hodnoty T vzdaluje a táto odchýlka μ od T je zároveň kompenzovaná zmenou σ , C_{pk} nedodržanie cieľovej hodnoty T nezachytí (viď obrázok 3.2). Ďalším nedostatkom je, že pokiaľ cieľová hodnota T neleží v strede tolerančného pásma, C_{pk} nezachytí jej odchýlku od skutočnej strednej hodnoty procesu. [9]



Obr. 3.2: Tri procesy s rovnakou hodnotou C_{pk} . Prevzaté z [9].

3.3 Index P_p

Index výkonnosti P_p je podobne ako index spôsobilosti C_p definovaný ako pomer medzi rozpätím medzi hornou a dolnou medznou hodnotou a 6-násobkom smerodajnej odchýlky. V tomto prípade sa však smerodajná odchýlka vzťahuje k celkovej (totálnej) variabilite procesu, tzn. k variabilite, ktorá je vyvolaná nielen náhodnými príčinami, ale aj vymedziteľnými príčinami (pokiaľ sú v procese prítomné). [8]

Index P_p teda získame zo vzťahu:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{tot}}, \quad (3.5)$$

kde σ_{tot} značí celkovú variabilitu procesu.

Proces sa pritom považuje za spôsobilý, pokiaľ $P_p \geq 1,33$. [6]

Rovnako ako index C_p , ani tento index sa nevzťahuje k parametru polohy a možno ho použiť len vtedy, keď sú zadané obe medzné hodnoty. Navyše odhad indexu P_p má zmysel iba v prípade, že aj keď proces nebude presne štatisticky zvládnutý, možno dáta z neho vzaté považovať za pochádzajúce z jedinej normálne rozdelenej populácie. [8]

3.4 Index P_{pk}

Index výkonnosti P_{pk} hodnotí aj to, ako je proces centrován a je možné ho použiť aj v prípade, že je zadaná len jedna medzná hodnota. Je definovaný podobne, ako index C_{pk} , avšak opäť s tým rozdielom, že smerodajná odchýlka v menovateli sa vzťahuje k celkovej variabilite procesu. [8]

V prípade, že máme zadané obe medzné hodnoty, získame index P_{pk} zo vzťahu:

$$P_{pk} = \min \left(\frac{USL - \mu}{3\sigma_{tot}}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{tot}} \right). \quad (3.6)$$

V prípade, že máme zadanú len hornú, resp. dolnú medznú hodnotu, použijeme vzťah:

$$P_{pkU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma_{tot}}, \quad (3.7)$$

resp.

$$P_{pkL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{tot}}. \quad (3.8)$$

Rovnako ako v prípade indexu P_p , aj pri tomto indexe sa proces považuje za spôsobilý, ak $P_{pk} \geq 1,33$ (v prípade jednostranných medzí ak $P_{pkU} \geq 1,33$ alebo $P_{pkL} \geq 1,33$). [6].

Obecne by ukazovatele výkonnosti mali byť menšie, ako odpovedajúce ukazovatele spôsobilosti, a to z toho dôvodu, že okrem variability vyvolanej náhodnými príčinami v sebe zahŕňajú aj variabilitu vyvolanú zvláštnymi príčinami. Pokiaľ však budú v procese pôsobiť iba náhodné príčiny, odpovedajúce hodnoty ukazateľov spôsobilosti a výkonnosti budú podobné. [2]

Kapitola 4

Bodové odhady parametrov σ , σ_{tot} , μ

V predchádzajúcej kapitole sme si uviedli vzťahy pre výpočet indexov spôsobilosti procesu C_p , C_{pk} a indexov výkonnosti procesu P_p , P_{pk} . V týchto vzťahoch sa však vyskytujú parametre σ , σ_{tot} a μ , ktoré väčšinou nepoznáme a je ich teda potrebné odhadnúť.

Smerodajnú odchýlku σ , ktorá vyjadruje úroveň inherentnej variability, môžeme podľa [8] odhadnúť tromi rôznymi metódami:

1. Odhad pomocou výberového rozpätia R (R_{bar}) - táto metóda je vhodná v prípade, že sa pracuje s menšími rozsahmi podskupín ([5] uvádza doporučený rozsah výberu pri tejto metóde $n \leq 6$). Odhad smerodajnej odchýlky σ v tomto prípade získame zo vzťahu:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \frac{R_j}{d_2(n_j)}, \quad (4.1)$$

kde k je počet podskupín, n_j je rozsah j-tej podskupiny, R_j je výberové rozpätie z j-tej podskupiny a hodnoty konštanty $d_2(n_j)$ sú uvedené v tabuľke 2.1.

2. Odhad pomocou výberovej smerodajnej odchýlky s (S_{bar}) - táto metóda je vhodná v prípade, že sa pracuje s väčšími rozsahmi podskupín. Odhad smerodajnej odchýlky σ tentokrát určíme zo vzťahu:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \frac{s_j}{C_4(n_j)}, \quad (4.2)$$

pričom hodnoty konštanty $C_4(n_j)$ sú taktiež uvedené v tabuľke 2.1 a výberovú smerodajnú odchýlku v j-tej podskupine s_j určíme zo vzťahu:

$$s_j = \left(\frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \right)^{1/2}, \quad (4.3)$$

kde x_{ij} je i-tá nameraná hodnota v j-tej podskupine.

3. Združená výberová smerodajná odchýlka (Pooled standard deviation) - združená výberová smerodajná odchýlka je váženým priemerom smerodajných odchýlok podskupín. Jednotlivé smerodajné odchýlky sú spriemerované, pričom

podskupiny s väčším rozsahom majú väčší vplyv na celkový odhad. Pri tejto metóde získame odhad parametra σ zo vzťahu:

$$\hat{\sigma} = \left(\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)} \right)^{1/2}. \quad (4.4)$$

Vyššie spomenuté metódy sú vhodné v prípade, že rozsah podskupín je $n \geq 2$. Pokiaľ pracujeme s podskupinami, ktoré sú zložené iba z individuálnych hodnôt, pre odhad parametra σ môžeme podľa [10] použiť nasledujúce metódy:

1. Priemer kľzavého rozpätia (Average moving range) - táto metóda je v prípade individuálnych hodnôt bežne používaná, pričom odhad parametra σ pri nej získame zo vzťahu:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}_{kl}}{d_2(w)}, \quad (4.5)$$

pričom w je dĺžka kľzavého rozpätia a priemernú hodnotu kľzavého rozpätia \bar{R}_{kl} dostaneme zo vzťahu:

$$\bar{R}_{kl} = \frac{\sum_{j=w}^k R_{j,kl}}{k - w + 1}, \quad (4.6)$$

kde k je počet nameraných hodnôt a pre výpočet $R_{j,kl}$ použijeme vzťah:

$$R_{j,kl} = \max [x_h, \dots, x_j] - \min [x_h, \dots, x_j], \quad \text{kde } h = j - w + 1. \quad (4.7)$$

V prípade, že $k = 2$ teda platia pre $R_{j,kl}$ a \bar{R}_{kl} vzťahy 2.22, 2.26 .

2. Medián kľzavého rozpätia (Median moving range) - pri tejto metóde získame odhad parametra σ zo vzťahu:

$$\hat{\sigma} = \frac{\widetilde{R}_{kl}}{d_4(w)}, \quad (4.8)$$

pričom hodnoty konštanty d_4 sú uvedené v tabuľke 4.1 (volíme pritom hodnoty pre $n = w$) a hodnotu \widetilde{R}_{kl} získame zo vzťahu:

$$\widetilde{R}_{kl} = \text{Median} [R_{h,kl}, \dots, R_{j,kl}], \quad \text{kde } h = j - w + 1. \quad (4.9)$$

3. Odmocnina z MSSD (Square root of the mean of squared successive differences) - odmocnina z priemeru druhej mocniny rozdielu dvoch po sebe idúcich bodov. Táto metóda sa používa v prípade, kedy nemožno predpokladať, že aspoň dva po sebe idúce body boli odobraté v podobných podmienkach. Odhad parametra σ získame zo vzťahu:

$$\hat{\sigma} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{j=2}^k d_j^2}{2(k-1)}}}{c'_4(k)}, \quad (4.10)$$

pričom hodnoty konštanty $c'_4(k)$ sú uvedené v tabuľke 4.1 (volíme pritom hodnoty pre $n = k$) a d_j je rozdiel hodnôt dvoch po sebe idúcich meraní, tzn.:

$$d_j = x_j - x_{j-1} \quad (4.11)$$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_4(n)$	0.954	1.588	1.978	2.257	2.472	2.645	2.791	2.915	3.024
$c'_4(n)$	0.797850	0.871530	0.905763	0.925222	0.937892	0.946837	0.953503	0.958669	0.962793

Tabuľka 4.1: Hodnoty konštánt d_4 a $c'_4(k)$. Zdroj [10].

V prípade indexov výkonnosti P_p a P_{pk} potrebujeme odhadnúť úroveň celkovej variability procesu. Pre odhad parametera σ_{tot} sa používa jediná metóda, a to výberová celková smerodajná odchýlka, ktorá nerešpektuje rozdelenie dát do podskupín. Odhad parametera σ_{tot} získame zo vzťahu:

$$\hat{\sigma}_{tot} = \left(\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2 \right)^{1/2}, \quad (4.12)$$

kde \bar{x} je celkový aritmetický priemer zo všetkých dát a N je celkový počet dát, daný vzťahom:

$$N = \sum_{j=1}^k n_j. \quad (4.13)$$

Posledným parametrom, ktorý je potrebné odhadnúť, je stredná hodnota μ , ktorá je použitá vo vzťahoch pre výpočet indexov C_{pk} a P_{pk} . Odhad tohto parametera získame zo vzťahu:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j. \quad (4.14)$$

Kapitola 5

Box - Coxová transformácia

Regulačné diagramy a ukazovatele spôsobilosti a výkonnosti procesu, ktoré sme si rozobrali v predchádzajúcich kapitolách, vyžadovali normálne rozdelenie regulovanej veličiny. Pokiaľ teda pracujeme s nenormálne rozdelenými dátami, je potrebné zvoliť iný postup vyhodnocovania dát. Pri nenormálne rozdelených dátach totiž nemožno použiť napríklad aritmetický priemer ako odhad strednej hodnoty, ani obvyklé postupy pre odhady intervalov spoľahlivosti alebo kvantilov dát.[11]

Jednou z metód pre vyhodnocovanie nenormálnych dát je použitie vhodnej transformácie, výsledkom ktorej sú nové hodnoty s približne normálnym rozdelením. Princíp takejto transformácie spočíva v nájdení vhodnej transformačnej funkcie, ktorej cieľom je stabilizácia rozptylu, zosymetrizovanie dát a už spomínaná normalita dát. Postup je pritom nasledovný:

1. Máme asymetrické dáta, ktoré vykazujú odchýlku od normálneho rozdelenia v teste normality, Q-Q grafe alebo v inej diagnostike.
2. Transformujeme dáta pomocou nejakej funkcie $F(x)$ a získame nové dáta $x'_i = F(x_i)$, pričom transformačnú funkciu $F(x)$ volíme tak, aby nové dáta x'_i boli symetrické, alebo „viac normálne“.
3. Overíme normalitu transformovaných dát. Pokiaľ sú nové dáta x'_i normálne, môžeme odhadnúť ich strednú hodnotu pomocou aritmetického priemeru a takisto môžeme využiť obvyklé postupy pre výpočet intervalov spoľahlivosti priemeru, kvantilov dát atď.
4. Hodnoty vypočítané pre dáta x'_i retransformujeme naspäť do pôvodnej súradnice pomocou funkcie F^{-1} . Funkcia F^{-1} je pritom inverzná funkcia k funkcii F .

Princíp transformácie dát je zobrazený na obrázku 5.1.

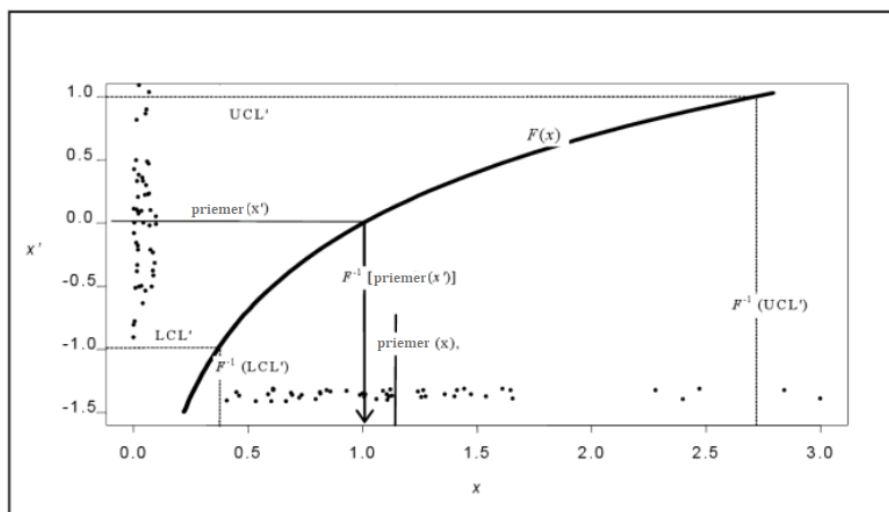
Aby však nedošlo iba k posunu dát a zmene mierky, musí byť transformačná funkcia nelineárna. Navyše musí byť aj monotónna, pretože v opačnom prípade by došlo ku zmene poradia veľkosti dát (transformované dáta musia spĺňať podmienku, že ak $x_i < x_j$, potom $x'_i < x'_j$).[11]

Najčastejšie používanou transformačnou funkciou z triedy mocninných transformácií je funkcia v tvare:

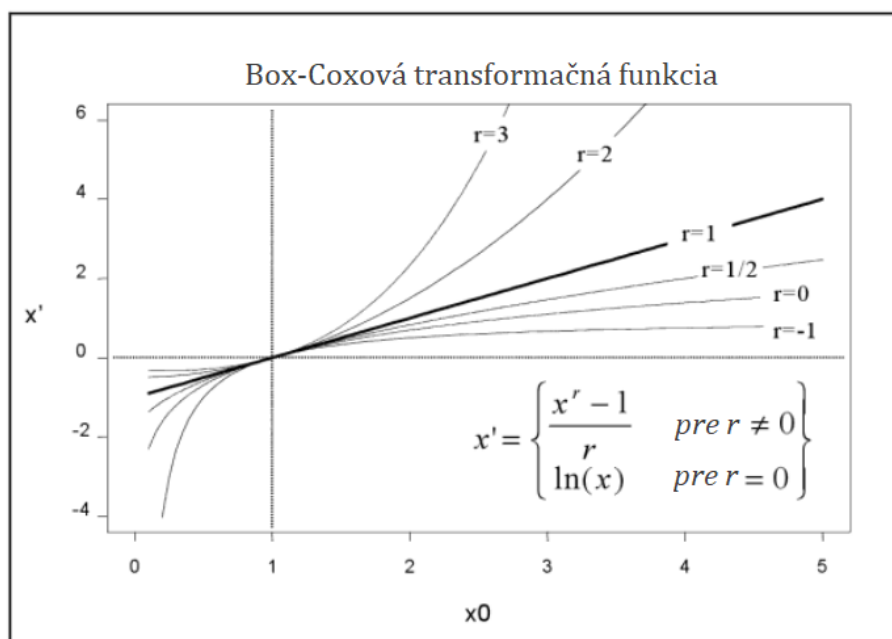
$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \text{ak } \lambda \neq 0; \\ \log x & \text{ak } \lambda = 0. \end{cases} \quad (5.1)$$

Táto transformačná funkcia sa nazýva Box-Coxova transformácia a jej tvar určuje parameter λ . Cieľom je pritom nájsť takú hodnotu λ , ktorá po transformácii zaistí

maximálnu symetriu alebo maximálnu normalitu dát. Tvary Box-Coxovej transformačnej funkcie pre rôzne hodnoty parametra λ sú zobrazené na obrázku 5.2. [11]



Obr. 5.1: Princíp nelineárnej transformácie dát. Prevzaté z [11].



Obr. 5.2: Rôzne tvary Box-Coxovej transformačnej funkcie. Prevzaté z [11].

Box-Coxovú transformáciu v tvare 5.1 je však možné použiť len v prípade, že pracujeme s kladnými dátami. Box a Cox však navrhli aj nasledovný tvar transformácie:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{(x+\lambda_2)^{\lambda_1}-1}{\lambda_1} & \text{ak } \lambda_1 \neq 0; \\ \log x + \lambda_2 & \text{ak } \lambda_1 = 0, \end{cases} \quad (5.2)$$

kde λ_2 je konštanta. Tento tvar možno použiť aj pre záporné hodnoty, pokiaľ platí, že $x > -\lambda_2$. [11, 12]

Pri transformácii dát však môžu ukazovatele spôsobilosti C_p , C_{pk} stratíť zmysel, pretože transformáciou dát sa obvykle naruší zachovanie zhodnosti úrovne inherentnej variability vo vnútri podskupín, ktorá je zaručená zvládnutím procesu, jeho stabilitou. Pri hodnotení spôsobilosti na základe podskupín je teda nutné najskôr aplikovať niektoré testy na rovnosť rozptylu (napr. Barlettov alebo Levenov test) a overiť tak, či transformované podskupiny opäť vykazujú rovnosť úrovne variability.[8]

Kapitola 6

Aplikácia regulačných diagramov

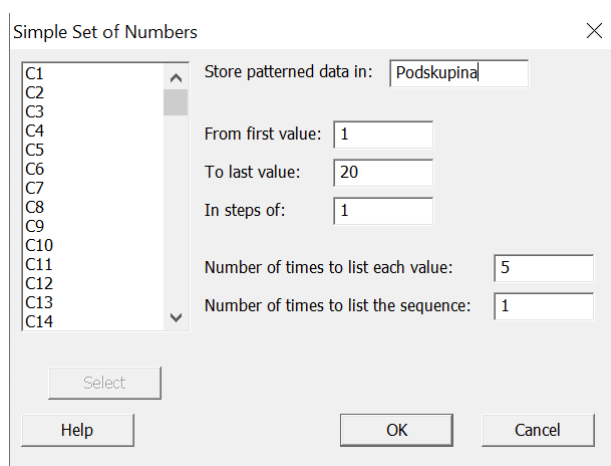
V praktickej časti tejto diplomovej práce sme sa venovali aplikácii niektorých vyššie rozobraných postupov a metód na vygenerované dáta a taktiež aj na dáta reálne. Použili sme pritom softvér Minitab 17.

6.1 Práca s vygenerovanými dátami

Najskôr sme pracovali s vygenerovanými dátami. V prvej časti sme porovnávali rôzne metódy odhadu smerodajnej odchýlky σ , ktoré sme si uviedli v kapitole 4, konkrétne metódy S_{bar} , R_{bar} a združenú výberovú smerodajnú odchýlku. V ďalšej časti sme zisťovali, aký vplyv má nedodržanie predpokladu o normálnom rozdelení regulovanej veličiny na posúdenie stability a spôsobilosti procesu.

6.1.1 Rôzne metódy odhadu parametra σ

V Minitabe sme si vygenerovali dáta s normálnym rozdelením - 100 skupín (stĺpcov), pričom každá skupina obsahovala 100 hodnôt. Strednú hodnotu sme si zvolili $\mu = 0$ a smerodajnú odchýlku sme zvolili $\sigma = 1$. Následne sme hodnoty v jednotlivých skupinách rozdelili do dvadsiatich podskupín s rozsahom $n = 5$ tak, že sme im prideliли číslo od 1 do 20 (obr. 6.1), na ktoré sme sa neskôr odkazovali.



Obr. 6.1: Vytvorenie podskupín s rozsahom $n = 5$.

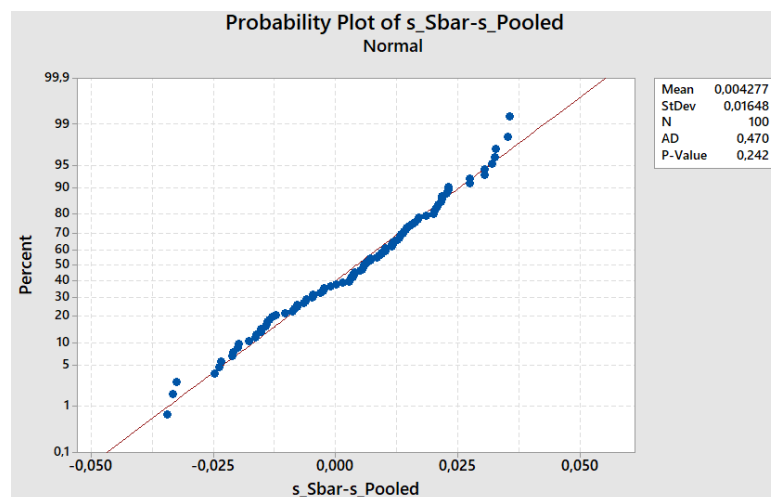
Ďalej sme postupovali podľa vzťahov 4.1, 4.2 a 4.4. Nechali sme si vypísať výberové smerodajné odchýlky, výberové rozptyly a výberové rozpätia pre jednotlivé podskupiny. Potom sme pre každú skupinu vypočítali priemernú hodnotu výberovej smerodajnej odchýlky podskupiny a vydělili sme ju konštantou C_4 (v Minitabe to

dosiahneme zvolením možnosti použiť tzv. „unbiasing constants“). Dostali sme tak prvý odhad parametra σ (na obrázku 6.2 sú v stĺpci s_Sbar zobrazené hodnoty pre prvých 20 skupín). Ďalej sme pre každú skupinu vypočítali priemernú hodnotu výberového rozpätia podskupiny, ktorú sme vydělili konštantou d_2 (v Minitabe opäť treba zvoliť možnosť použiť „unbiasing constants“) a získali sme tak druhý odhad parametra σ (na obrázku 6.2 sú v stĺpci s_Rbar zobrazené hodnoty pre prvých 20 skupín). Nakoniec sme vypočítali pre každú skupinu priemernú hodnotu výberového rozptylu podskupiny, ktorú sme odmocnili a získali sme tak tretí odhad parametra σ (na obrázku 6.2 sú v stĺpci s_Pooled zobrazené hodnoty pre prvých 20 skupín). Hodnoty pre všetkých 100 skupín možno nájsť v prílohe 1 a v prílohe 4.

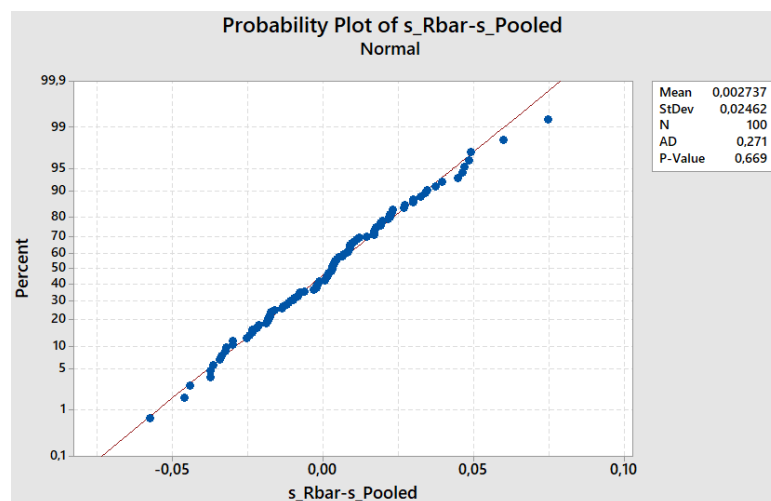
Variable	s_Sbar		Variable_1	s_Pooled		Variable_2	s_Rbar
StDev1	1,00043		Variance1	0,99197		Range1	0,97506
StDev2	1,02223		Variance2	1,03005		Range2	1,00688
StDev3	1,03617		Variance3	1,07051		Range3	1,03654
StDev4	0,92149		Variance4	0,93167		Range4	0,93250
StDev5	1,01191		Variance5	1,01833		Range5	0,98108
StDev6	0,85830		Variance6	0,86139		Range6	0,85082
StDev7	1,10809		Variance7	1,08490		Range7	1,08899
StDev8	0,92798		Variance8	0,95131		Range8	0,93938
StDev9	1,08223		Variance9	1,06771		Range9	1,09028
StDev10	0,91340		Variance10	0,90609		Range10	0,89811
StDev11	1,01500		Variance11	1,04738		Range11	1,01118
StDev12	0,89277		Variance12	0,87636		Range12	0,92562
StDev13	0,89830		Variance13	0,90277		Range13	0,90585
StDev14	0,97617		Variance14	0,98082		Range14	0,96776
StDev15	0,78011		Variance15	0,79310		Range15	0,81040
StDev16	1,00809		Variance16	1,02421		Range16	0,99914
StDev17	0,90053		Variance17	0,91269		Range17	0,89940
StDev18	1,03447		Variance18	1,02859		Range18	1,07524
StDev19	0,99021		Variance19	1,00399		Range19	1,00215
StDev20	1,01489		Variance20	1,00548		Range20	0,98753

Obr. 6.2: Vypočítané odhady parametra σ pre prvých 20 skupín.

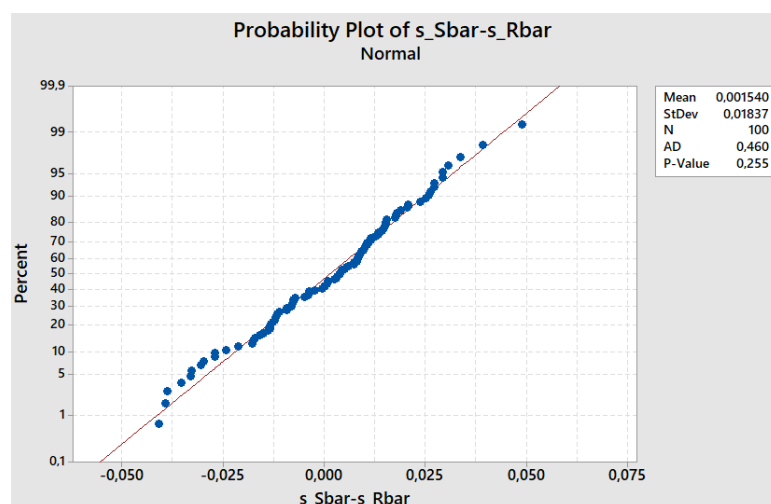
Aby sme mohli pomocou párového t-testu otestovať nulovú hypotézu, že rozdiel stredných hodnôt jednotlivých odhadov je nulový, bolo potrebné najskôr overiť predpoklad normality. Vypočítali sme si teda rozdiely medzi hodnotami odhadu parametra σ získanými rôznymi metódami a normalitu týchto rozdielov sme otestovali. Na obrázku 6.3 sú zobrazené výsledky testov normality pre jednotlivé rozdiely (zvolili sme testy Anderson-Darling), pričom obr. 6.3a zobrazuje výsledky testu normality pre rozdiely medzi odhadmi parametra σ metódou Sbar a metódou združenej výberovej smerodajnej odchýlky, obr. 6.3b zobrazuje výsledky testu normality pre rozdiely medzi odhadmi metódou Rbar a metódou združenej výberovej smerodajnej odchýlky a obr. 6.3c zobrazuje výsledky testu normality pre rozdiely medzi odhadmi metódou Sbar a metódou Rbar. Ako môžeme vidieť, vo všetkých troch prípadoch bola hodnota $p > 0,05$, tzn. na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ sme nulovú hypotézu o normálnom rozdelení nezamietli.



(a) Test normality pre $s_{\text{Sbar}} - s_{\text{Pooled}}$



(b) Test normality pre $s_{\text{Rbar}} - s_{\text{Pooled}}$



(c) Test normality pre $s_{\text{Sbar}} - s_{\text{Rbar}}$

Obr. 6.3: Testy normality pre rozdiely medzi rôznymi odhadmi σ

Po overení predpokladu normality sme pre každú dvojicu metód odhadu spravili párový t-test. Na obrázku 6.6a môžeme vidieť výsledky párového t-testu pre metódu Rbar a metódu združenej výberovej smerodajnej odchýlky a na obrázku 6.4b sú zobrazené výsledky párového t-testu pre metódy Sbar a Rbar. V oboch prípadoch bola hodnota $p > 0,05$, a teda nulovú hypotézu, že rozdiel stredných hodnôt jednotlivých odhadov je nulový, sme v týchto prípadoch nezamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$. Avšak v prípade párového t-testu pre metódu Sbar a metódu združenej výberovej smerodajnej odchýlky bola hodnota $p = 0,011$ (viď obrázok 6.6b), takže v tomto prípade sme nulovú hypotézu, že rozdiel stredných hodnôt jednotlivých odhadov je nulový, zamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$.

Paired T-Test and CI: s_Rbar; s_Pooled				
Paired T for s_Rbar - s_Pooled				
	N	Mean	StDev	SE Mean
s_Rbar	100	0,99109	0,09486	0,00949
s_Pooled	100	0,98835	0,08828	0,00883
Difference	100	0,00274	0,02462	0,00246
95% CI for mean difference: (-0,00215; 0,00762)				
T-Test of mean difference = 0 (vs \neq 0): T-Value = 1,11 P-Value = 0,269				

(a) Párový t-test pre s_Rbar a s_Pooled

Paired T-Test and CI: s_Sbar; s_Rbar				
Paired T for s_Sbar - s_Rbar				
	N	Mean	StDev	SE Mean
s_Sbar	100	0,99263	0,09395	0,00940
s_Rbar	100	0,99109	0,09486	0,00949
Difference	100	0,00154	0,01837	0,00184
95% CI for mean difference: (-0,00210; 0,00518)				
T-Test of mean difference = 0 (vs \neq 0): T-Value = 0,84 P-Value = 0,404				

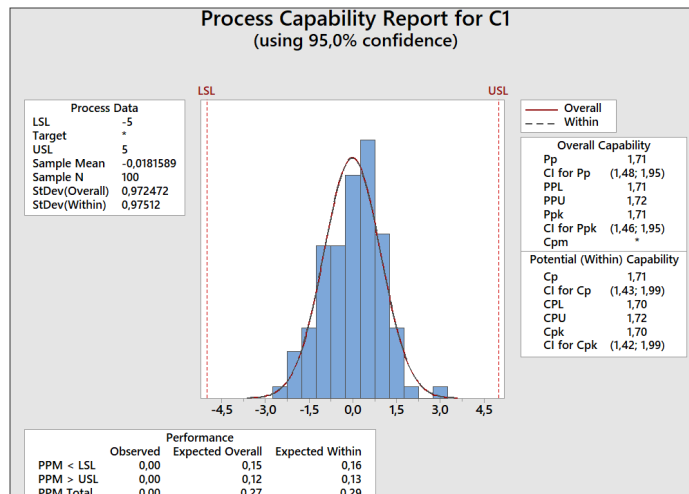
(b) Párový t-test pre s_Sbar a s_Rbar

Paired T-Test and CI: s_Sbar; s_Pooled				
Paired T for s_Sbar - s_Pooled				
	N	Mean	StDev	SE Mean
s_Sbar	100	0,99263	0,09395	0,00940
s_Pooled	100	0,98835	0,08828	0,00883
Difference	100	0,00428	0,01648	0,00165
95% CI for mean difference: (0,00101; 0,00755)				
T-Test of mean difference = 0 (vs \neq 0): T-Value = 2,60 P-Value = 0,011				

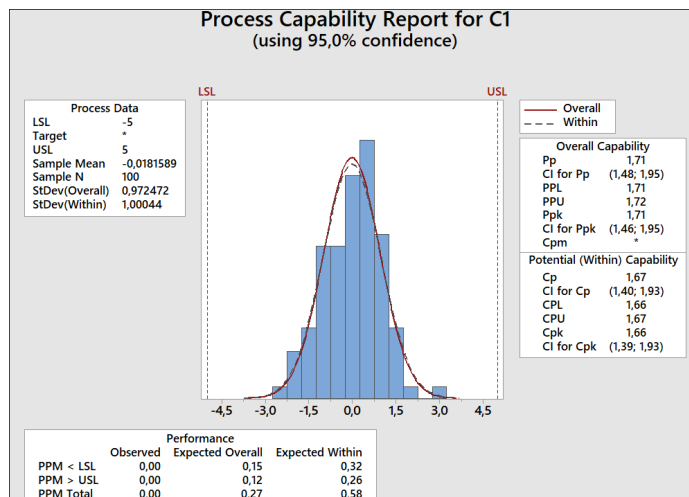
(c) Párový t-test pre s_Sbar a s_Pooled

Obr. 6.4: Výsledky párových t-testov

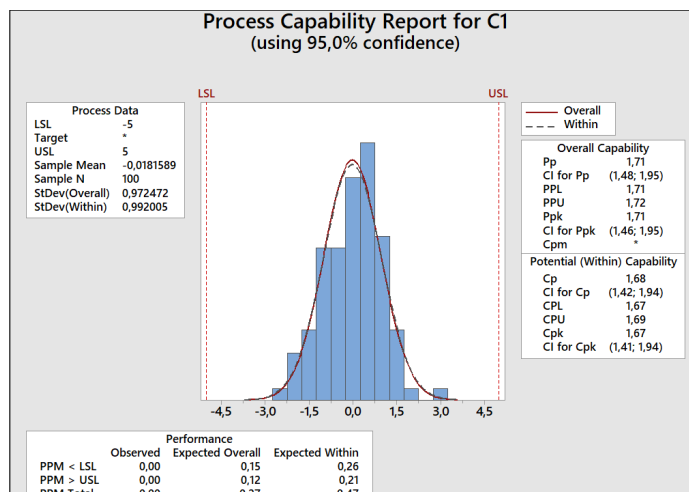
Nakoniec sme pre skupinu č.1 vyhodnocovali spôsobilosť procesu, pričom zakaždým sme zvolili inú metódu odhadu parametra σ . Ako môžeme vidieť na obrázku 6.5, vypočítané konfidenčné intervaly indexu spôsobilosti C_p sa navzájom prekrývali. Navyše rozdiel medzi jednotlivými bodovými odhadmi tohto indexu bol vzhľadom k šírkam intervalu veľmi malý. To isté platilo aj v prípade indexu spôsobilosti C_{pk} . Prišli sme teda k záveru, že aj napriek tomu, že je medzi metódou Sbar a metódou združenej výberovej smerodajnej odchýlky štatisticky významný rozdiel, v praktickom použití voľba metódy odhadu parametra σ veľký vplyv nemá.



(a) Indexy spôsobilosti s použitím metódy Rbar



(b) Indexy spôsobilosti s použitím metódy Sbar



(c) Indexy spôsobilosti s použitím metódy združenej výberovej smerodajnej odchýlky

Obr. 6.5: Spôsobilosť procesu pre skupinu č.1

Pokiaľ by sme však aj napriek tomu chceli získať metódou združenej výberovej smerodajnej odchýlky lepší odhad parametra σ , Minitab ponúka aj v tomto prípade možnosť použiť „unbiasing constants“. Ak túto možnosť zvolíme, vydelí vzťah 4.4 konštantou $C_4(p)$ danou vzťahom:

$$C_4(p) = \sqrt{\frac{2}{p-1}} * \frac{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p-1}{2}\right)}, \quad (6.1)$$

kde počet stupňov voľnosti p je daný vzťahom $p = \sum n_j - 1$. Vyskúšali sme teda aj túto možnosť. Stĺpec `s_Pooled` (viď obrázok 6.2) sme vydelili konštantou C_4 , ktorej hodnota v tomto prípade bola $C_4 \doteq 0,9969$ a opäť sme otestovali normalitu rozdielov medzi hodnotami odhadu parametra σ , získanými rôznymi metódami. V oboch prípadoch vyšla hodnota $p > 0,05$ (výsledky testov normality možno nájsť v prílohe 1 a v prílohe 4), takže sme nulovú hypotézu o normálnom rozdelení nezamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ a mohli sme vykonať párové t-testy (viď obrázok 6.6).

Paired T-Test and CI: s_Rbar; s_Pooled/c4					
Paired T for s_Rbar - s_Pooled/c4					
	N	Mean	StDev	SE Mean	
s_Rbar	100	0,99109	0,09486	0,00949	
s_Pooled/c4	100	0,99143	0,08856	0,00886	
Difference	100	-0,00034	0,02459	0,00246	
95% CI for mean difference: (-0,00521; 0,00454)					
T-Test of mean difference = 0 (vs ≠ 0): T-Value = -0,14 P-Value = 0,892					

(a) Párový t-test pre `s_Rbar` a `s_Pooled/c4`

Paired T-Test and CI: s_Sbar; s_Pooled/c4					
Paired T for s_Sbar - s_Pooled/c4					
	N	Mean	StDev	SE Mean	
s_Sbar	100	0,99263	0,09395	0,00940	
s_Pooled/c4	100	0,99143	0,08856	0,00886	
Difference	100	0,00120	0,01641	0,00164	
95% CI for mean difference: (-0,00205; 0,00446)					
T-Test of mean difference = 0 (vs ≠ 0): T-Value = 0,73 P-Value = 0,465					

(b) Párový t-test pre `s_Sbar` a `s_Pooled/c4`

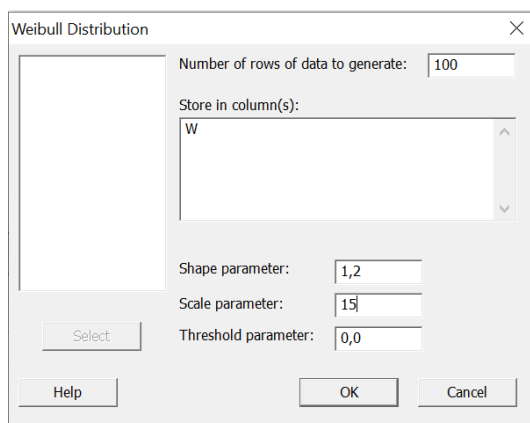
Obr. 6.6: Výsledky párových t-testov

Ako môžeme vidieť, v oboch prípadoch bola hodnota $p > 0,05$, takže tentokrát sme nulovú hypotézu, že rozdiel stredných hodnôt jednotlivých odhadov je nulový, nezamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$.

Všetky vypočítané hodnoty, ako aj výsledky jednotlivých testov možno nájsť v prílohe 1 a v prílohe 4.

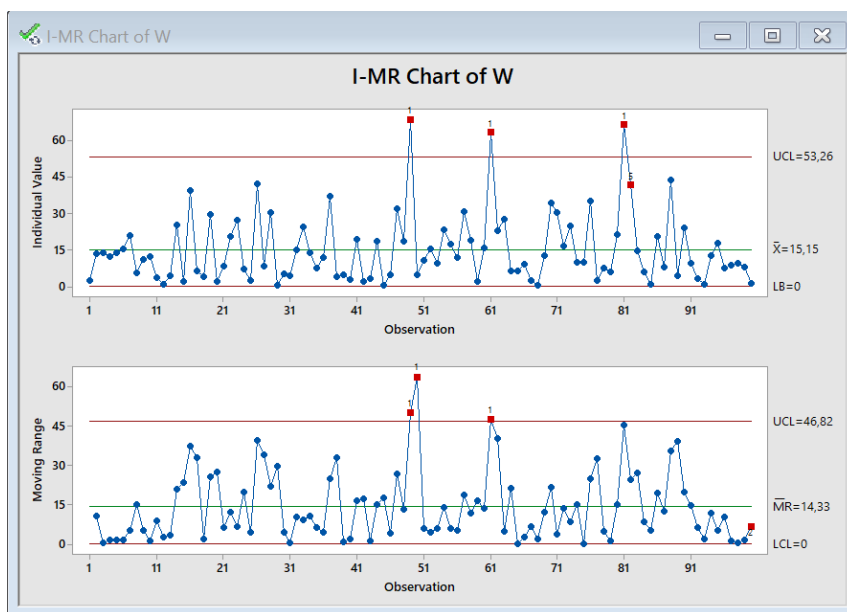
6.1.2 Nedodržanie predpokladu normality

Vygenerovali sme si 100 individuálnych hodnôt s Weibullovým rozdelením (tieto hodnoty môžeme nájsť v prílohe 2 a v prílohe 5), pričom parameter tvaru sme zvolili 1,2 a parameter mierky sme zvolili 15 (viď obrázok 6.7). Takto vygenerované hodnoty by mohli predstavovať napríklad drsnosť povrchu alebo geometrický parameter.



Obr. 6.7: Generovanie dát s Weibullovým rozdelením

V praxi však nevieme, aké rozdelenie dáta majú, preto sme aj pri týchto dátach postupovali tak, akoby sme ich rozdelenie nepoznali. A pretože sa často stáva, že sa normalita dát neoveruje, zvolili sme najskôr nesprávny postup pre vyhodnotenie stability procesu, kedy sme bez overenia normality použili dvojicu regulačných diagramov pre individuálne hodnoty a kľzavé rozpätie (v Minitabe označenú ako I-MR). Tieto diagramy sú zobrazené na obrázku 6.8.

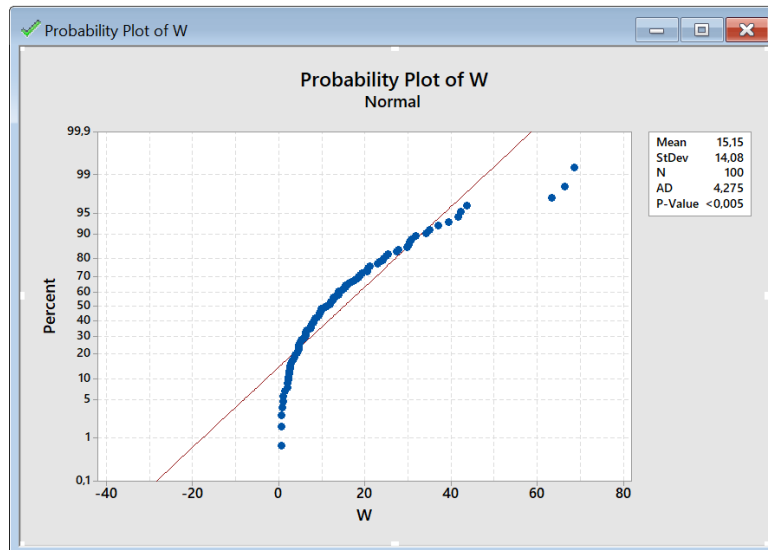


Obr. 6.8: Regulačné diagramy pre W

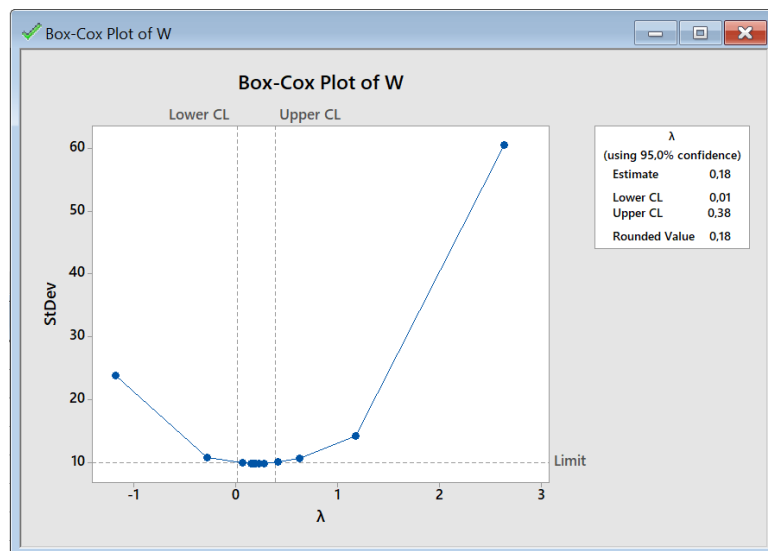
Ako môžeme vidieť, v regulačných diagramoch sa nachádzalo niekoľko hodnôt mimo regulačné medze a takisto niekoľko nenáhodných zoskupení, indikujúcich prítomnosť vymedziteľných príčin, a to ako v regulačnom diagrame pre individuálne hodnoty, tak aj v regulačnom diagrame pre kľzavé rozpätie. Na základe týchto regulačných diagramov by sme teda dospeli k záveru, že je proces nestabilný a je potrebné nájsť a odstrániť možné príčiny tejto nestability.

Následne sme overili stabilitu procesu správnym spôsobom. Najskôr sme otestovali normalitu dát (viď. obrázok 6.9) a keďže hodnota $p < 0,05$, nulovú hypo-

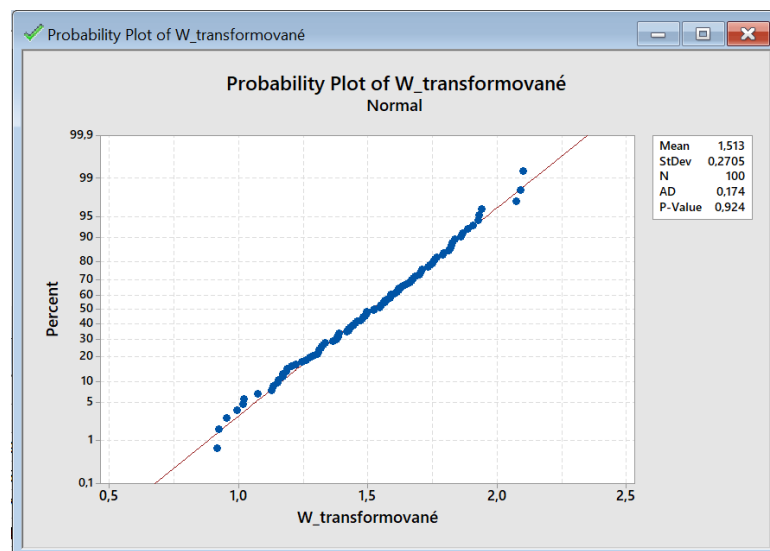
tézu o normálnom rozdelení sme zamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$. Spravili sme teda Box-Coxovú transformáciu dát (viď obrázok 6.10), pričom optimálna hodnota parametra transformácie vyšla $\lambda = 0,18$. Transformované dáta sme uložili pod názvom W_transformované. Overili sme normalitu transformovaných dát (viď obrázok 6.11) a pretože vyšla hodnota $p > 0,05$, nulovú hypotézu, že transformované dáta majú normálne rozdelenie, sme nezamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$. Následne sme teda pre tieto dáta mohli použiť dvojicu regulačných diagramov pre individuálne hodnoty a kľzavé rozpätie (viď obrázok 6.12).



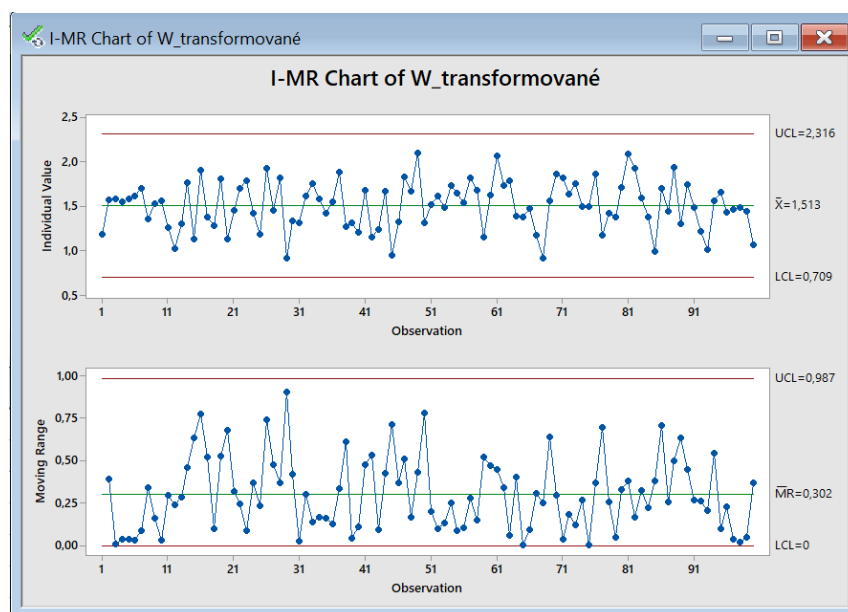
Obr. 6.9: Test normality pre W



Obr. 6.10: Box-Coxová transformácia



Obr. 6.11: Test normality pre transformované dáta

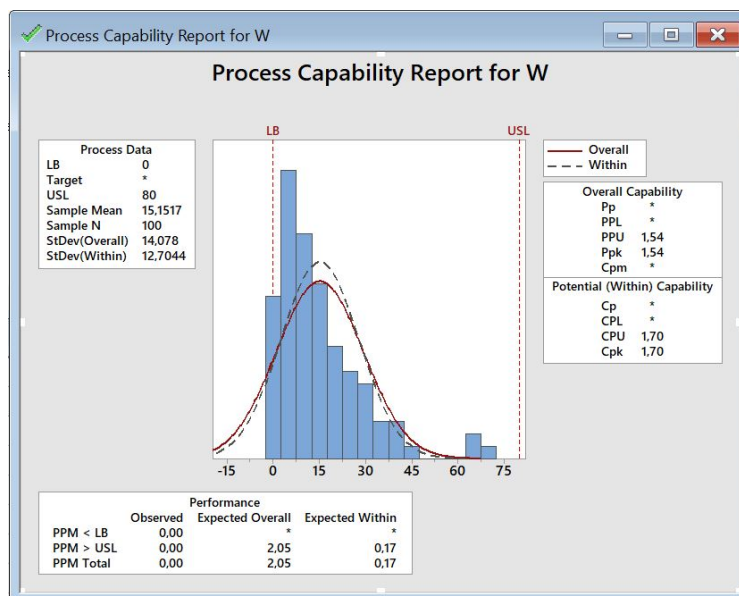


Obr. 6.12: Regulačné diagramy pre W po transformácii

Vidíme, že v tomto prípade sa proces javil ako stabilný. V diagrame sa nenachádzali žiadne body mimo regulačné medze, ani žiadne nenáhodné zoskupenia, ktoré by indikovali prítomnosť vymedziteľných príčin.

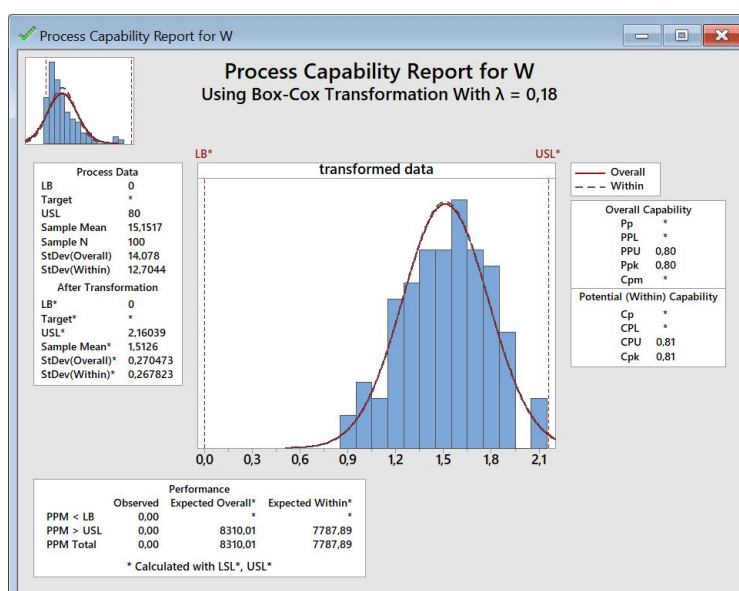
Ignorovaním alebo nedodržaním predpokladu o normálnom rozdelení regulovanej veličiny by sme teda prišli k chybnému záveru, že je proces nestabilný, čo by v praxi mohlo znamenať zbytočné investovanie času a financií do hľadania a odstraňovania príčin nestability procesu, ktoré sa tam v skutočnosti nevyskytujú.

Následne sme sa zamerali na vyhodnocovanie spôsobilosti procesu. Opäť sme najskôr zvolili nesprávny postup, kedy sme rovno spravili analýzu spôsobilosti pre normálne rozdelené dáta bez toho, aby bol predpoklad normality splnený. Výsledky tejto analýzy môžeme vidieť na obrázku 6.13.



Obr. 6.13: Analýza spôsobilosti procesu pre W

Potom sme nesplnenie predpokladu normality dát vzali do úvahy, použili sme Box-Coxovú transformáciu a vyhodnotili sme spôsobilosť procesu znova. Tentokrát sme však nepracovali priamo s dátami W_transformované, ako to bolo pri regulačných diagramoch vyššie, ale spravili sme analýzu spôsobilosti pre normálne rozdelené dáta pre pôvodné dáta W a v možnostiach sme zvolili možnosť použiť Box-Coxovú transformáciu. Výsledky analýzy spôsobilosti po použití Box-Coxovej transformácie môžeme vidieť na obrázku 6.14.



Obr. 6.14: Analýza spôsobilosti procesu pre W s použitím Box-Coxovej transformácie

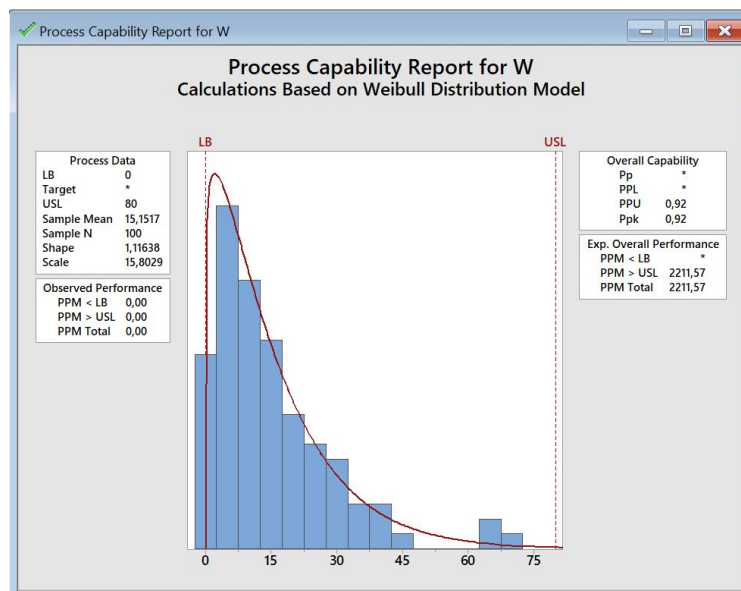
Pretože sme však mali iba hornú tolerančnú medzu, vyhodnocovali sme v oboch prípadoch iba indexy P_{pk} a C_{pk} . Ako môžeme vidieť, vypočítané indexy spôsobilosti a výkonnosti procesu pred použitím a po použití Box-Coxovej transformácie

cie sa výrazne líšili. Pred použitím Box-Coxovej transformácie bola hodnota indexu $P_{pk} = 1,54$, na základe čoho by sme usúdili, že proces spôsobilý je (pretože $P_{pk} > 1,33$). Po Box-Coxovej transformácii však bola hodnota indexu $P_{pk} = 0,80$, a teda proces za spôsobilý považovať nemôžeme. Rovnako sa po Box-Coxovej transformácii zhoršila aj hodnota indexov spôsobilosti C_{pk} .

Nakoniec sme vyskúšali tretí možný spôsob, ako postupovať pri vyhodnocovaní spôsobilosti procesu v prípade nenormálne rozdelených dát. V Minitabe sme najskôr pomocou funkcie Individual Distribution Identification zisťovali, aké rozdelenie by naše dáta mohli mať a následne sme spravili analýzu spôsobilosti pre nenormálne rozdelené dáta. Ako môžeme vidieť na obrázku 6.15, hodnota p bola väčšia ako 0,05 v prípade viacerých rozdelení, avšak pretože sme tentokrát vedeli, že sa v skutočnosti jedná o Weibullovo rozdelenie, spravili sme analýzu spôsobilosti práve pre toto rozdelenie. Výsledky tejto analýzy sú zobrazené na obrázku 6.16.

Goodness of Fit Test				
Distribution	AD	P	LRT	P
Normal	4,275	<0,005		
Box-Cox Transformation	0,174	0,924		
Lognormal	0,719	0,059		
3-Parameter Lognormal	0,366	*		0,153
Exponential	0,423	0,598		
2-Parameter Exponential	0,124	>0,250		0,012
Weibull	0,149	>0,250		
3-Parameter Weibull	0,082	>0,500		0,040
Smallest Extreme Value	9,067	<0,010		
Largest Extreme Value	1,541	<0,010		
Gamma	0,138	>0,250		
3-Parameter Gamma	0,084	*		0,063
Logistic	2,813	<0,005		
Loglogistic	0,596	0,082		
3-Parameter Loglogistic	0,568	*		0,885
Johnson Transformation	0,145	0,968		

Obr. 6.15: Výsledky testov na rôzne rozdelenia



Obr. 6.16: Analýza spôsobilosti procesu pre Weibullovo rozdelenie.

Ako môžeme vidieť, v tomto prípade bola vypočítaná iba hodnota indexu P_{pk} , ktorá vyšla $P_{pk} = 0,92$, čo je podobná hodnota, ako vyšla za použitia Box-Coxovej transformácie. Ani v tomto prípade teda proces nemožno pokladať za spôsobilý.

Dospeli sme tak k záveru, že nedodržanie predpokladu o normálnom rozdelení

regulovanej veličiny má veľký vplyv nielen na posúdenie stability procesu, ale aj na posúdenie spôsobilosti procesu. Na dodržanie normality je pritom potrebné dávať obzvlášť pozor v prípade, kedy pracujeme so softvérom ako je napr. Microsoft Excel, kde ako výstup získame iba vypočítané hodnoty, bez vykreslenia grafu. V grafe by sme si totiž mohli nenormalitu dať všimnúť a chybu napraviť.

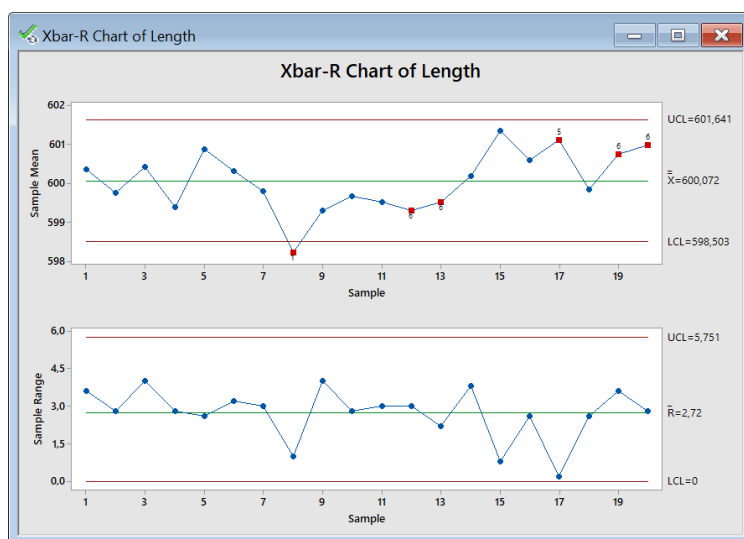
6.2 Práca s reálnymi dátami

Ďalej sme sa venovali aplikácii niektorých metód a postupov, ktoré boli popísané v teoretickej časti, aj na dáta reálne. Reálne dáta z procesu boli poskytnuté vedúcim diplomovej práce (môžeme ich nájsť v prílohe 3 a v prílohe 6) a pretože sa jednalo o dáta historické, úlohou bolo posúdiť iba stabilitu procesu. Riešiť nejaké zásahy do procesu by v tomto prípade totiž nemalo zmysel.

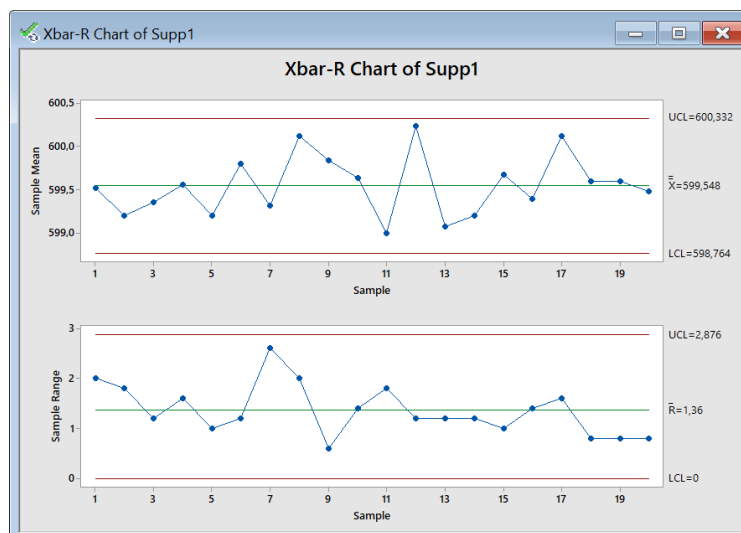
6.2.1 Kľukový hriadeľ

V prvej časti sme analyzovali namerané hodnoty troch rôznych rozmerov kľukového hriadeľa (Length, Supp1, Supp2). Jednotlivé rozmery boli merané v podskupinách po piatich hodnotách, celkovo sme pre každý rozmer mali k dispozícii 20 podskupín.

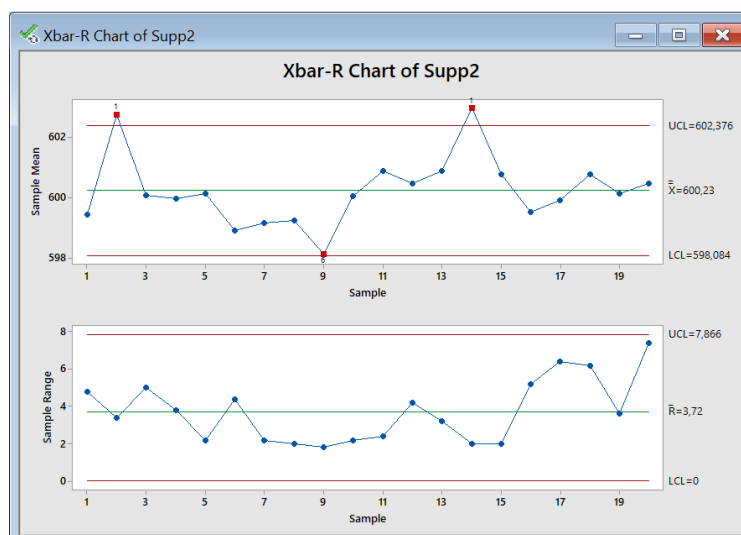
Pretože rozsah podskupín bol $n = 5$, zvolili sme dvojicu regulačných diagramov pre výberový priemer (\bar{x}) a výberové rozpätie (R). Jednotlivé regulačné diagramy sú zobrazené na obrázkoch 6.17, 6.18 a 6.19. Ako môžeme vidieť, v prípade rozmeru Supp1 sa v regulačných diagramoch nenachádzali žiadne body mimo regulačné medze ani žiadne nenáhodné zoskupenia, proces sa teda javil ako stabilný. V prípade rozmerov Length a Supp2 sa však niektoré body nachádzali mimo regulačné medze a taktiež sa v diagramoch vyskytovali nenáhodné zoskupenia, indikujúce prítomnosť vymedziteľných príčin. V oboch prípadoch bol pritom problém s dlhodobou variabilitou.



Obr. 6.17: Regulačné diagramy pre rozmer Length



Obr. 6.18: Regulačné diagramy pre rozmer Supp1



Obr. 6.19: Regulačné diagramy pre rozmer Supp2

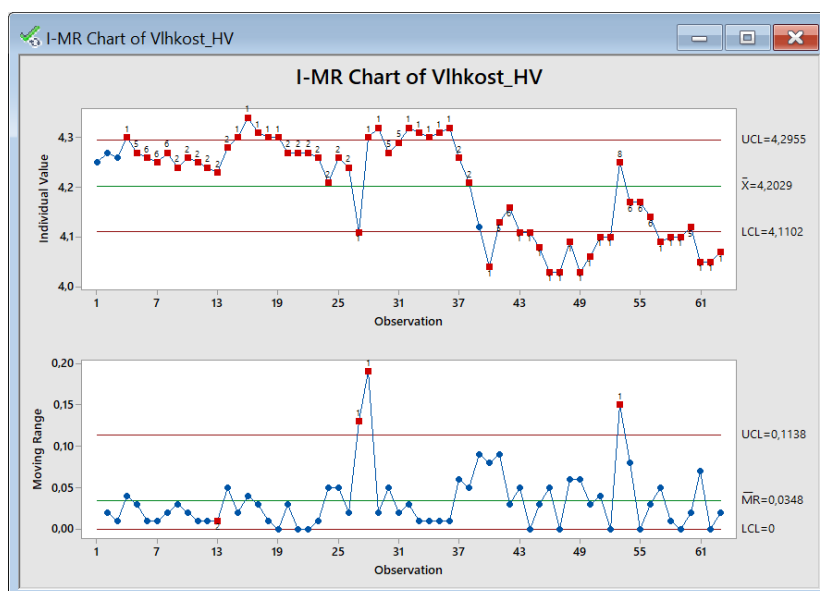
6.2.2 Vlhkosť kávy

V druhej časti sme sa zamerali na vlhkosť kávy. Mali sme k dispozícii 63 nameraných hodnôt vlhkosti, pričom tentokrát sa jednalo o individuálne hodnoty. Zvolili sme teda dvojicu regulačných diagramov pre individuálne hodnoty (x_j) a kľzavé rozpätie (R_{kl}). Tieto regulačné diagramy sú zobrazené na obrázku 6.20.

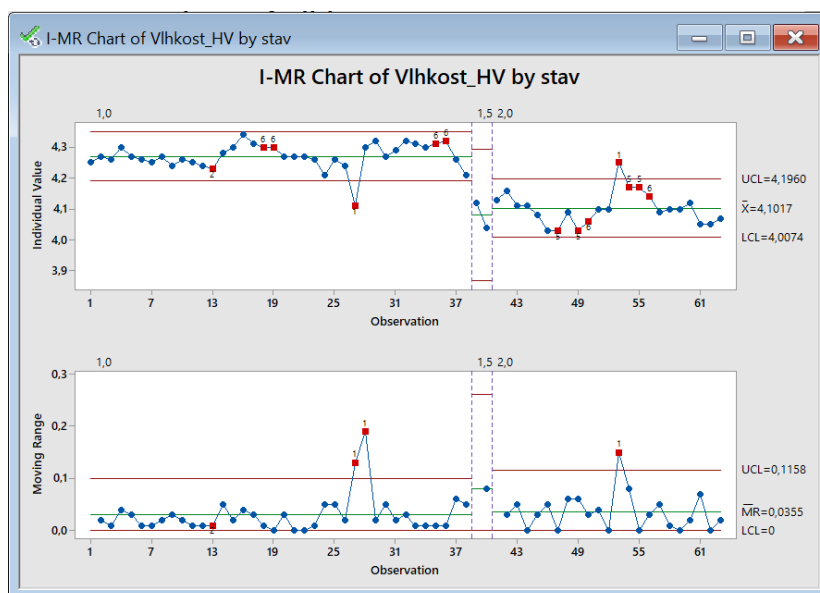
Ako môžeme vidieť, proces sa javil ako veľmi nestabilný. Zistilo sa však, že sa jednalo o dve šarže výrobku, preto sme toto zistenie následne vzali do úvahy a s použitím rovnakej dvojice regulačných diagramov sme stabilitu procesu overili znova.

Na obrázku 6.21 sú zobrazené nové regulačné diagramy, pričom tieto diagramy sú

rozdelené na tri časti. Časť vľavo je pre šaržu č.1 (stav 1), stred odpovedá prechodu z jednej šarže na druhú, kedy sa pravdepodobne šarže miešali na mlynčeku (stav 1,5), a časť vpravo je pre šaržu č.2 (stav 2). Ako môžeme vidieť, počet odľahlých hodnôt a nenáhodných zoskupení síce výrazne klesol, avšak proces stále nemožno pokladať za stabilný.



Obr. 6.20: Regulačné diagramy pre vlhkosť kávy



Obr. 6.21: Nové regulačné diagramy pre vlhkosť kávy

6.3 Doporučenie pre prax

V predchádzajúcich dvoch podkapitolách sme si ukázali aplikovanie niektorých metód a postupov z teoretickej časti na vygenerované dáta a následne aj na dáta reálne. Na vygenerovaných dátach sme najskôr porovnávali rôzne metódy odhadu výberovej smerodajnej odchýlky. Následne sme určovali spôsobilosť procesu, pričom za každým sme použili inú metódu odhadu výberovej smerodajnej odchýlky. Nakoniec sme dospeli k záveru, že pokiaľ pri metóde združenej výberovej smerodajnej odchýlky nezvolíme možnosť použiť „unbiasing constants“, medzi metódou Sbar a metódou združenej výberovej smerodajnej odchýlky bude štatisticky významný rozdiel. Pokiaľ však túto možnosť zvolíme, medzi metódami štatisticky významný rozdiel nebude. Avšak v praktickom použití nebude mať ani v jednom prípade voľba metódy odhadu parametra σ veľký vplyv. Na čo si však naopak treba dať v praxi veľký pozor je nedodržanie predpokladu o normálnom rozdelení regulovanej veličiny. Ako sme totiž zistili, nedodržanie predpokladu normality má výrazný vplyv na posúdenie stability procesu a taktiež na vyhodnotenie spôsobilosti procesu. Pri nedodržaní predpokladu o normalite dát môžeme dospieť k chybným záverom, ktoré neodpovedajú skutočnému chovaniu procesu. Preto je v prípade nenormálne rozdelených dát potrebná najskôr ich transformácia, napríklad Box-Coxová transformácia, ktorej použitie sme si priamo ukázali v tejto kapitole, alebo je potrebné použiť metódy, ktoré normálne rozdelenie dát nevyžadujú.

Čo sa týka reálnych dát, v tomto prípade sme sa venovali iba posúdeniu stability daných procesov. Zistili sme, že sa jedná o procesy nestabilné, čo obecné znamená, že je potrebné nájsť príčiny, ktoré tento stav spôsobujú a z procesu ich odstrániť. Keďže však nemáme dostatok informácií o daných procesoch, presný postup nemôžeme doporučiť.

Záver

V tejto práci sme sa zaoberali štatistickou reguláciou procesu, pričom hlavným cieľom bolo zistiť, aký vplyv má na vyhodnotenie stability a spôsobilosti procesu voľba metódy odhadu výberovej smerodajnej odchýlky a nedodržanie predpokladu o normálnom rozdelení regulovanej veličiny.

Prvá kapitola bola venovaná stručnému úvodu do štatistickej regulácie procesu. Popísali sme si v nej základný princíp, na ktorom je štatistická regulácia procesu postavená.

V druhej kapitole sme si predstavili rôzne typy regulačných diagramov. Začali sme so Shewhartovými regulačnými diagramami, pričom sme si popísali diagramy pre reguláciu meraním a takisto aj diagramy pre reguláciu porovnávaním. Uviedli sme si predpoklady, ktoré musia byť pre správnu aplikáciu diagramov splnené, takže tiež sme si uviedli základné vzťahy, potrebné pre zostavenie jednotlivých regulačných diagramov a nakoniec aj postup pre ich použitie. Na záver kapitoly sme si aspoň stručne predstavili aj diagramy CUSUM a EWMA.

V tretej kapitole sme sa zamerali na indexy spôsobilosti C_p , C_{pk} a indexy výkonnosti P_p , P_{pk} . Uviedli sme si výhody a nevýhody jednotlivých indexov a tiež vzťahy, potrebné pre ich výpočet. Avšak v týchto vzťahoch sa nachádzajú parametre σ , σ_{tot} a μ , ktoré väčšinou nepoznáme, preto bola ďalšia kapitola venovaná práve metódam odhadu týchto parametrov.

Pretože regulačné diagramy a ukazovatele spôsobilosti a výkonnosti procesu, ktoré sme si v tejto práci predstavili, vyžadujú normálne rozdelenie regulovanej veličiny, bola piata kapitola venovaná práve Box-Coxovej transformácii, ktorá sa používa v prípade, že pracujeme s nenormálne rozdelnými dátami.

Posledná kapitola tejto práce bola venovaná aplikácii regulačných diagramov v softvéri Minitab 17 najskôr na vygenerované dáta a následne aj na dáta reálne. Pri aplikácii na vygenerované dáta sme ako prvé navzájom porovnávali rôzne metódy odhadu výberovej smerodajnej odchýlky, konkrétne metódy S_{bar} , R_{bar} a združenú výberovú smerodajnú odchýlku a to tak, že sme pomocou párového t-testu testovali nulovú hypotézu, že rozdiel stredných hodnôt jednotlivých odhadov je nulový. Párový t-test sme pritom robili vždy pre dvojicu metód. Prišli sme k záveru, že pokiaľ v prípade metódy združenej výberovej smerodajnej odchýlky nezvolíme možnosť použiť „unbiasing constants“ (čo znamená, že pre odhad parametra σ použijeme vzťah 4.4), bude medzi metódou S_{bar} a metódou združenej výberovej smerodajnej odchýlky štatisticky významný rozdiel. Pokiaľ však možnosť použiť „unbiasing constants“ zvolíme (čo znamená, že vzťah 4.4 vydáme konštantou C_4), medzi metódami štatisticky významný rozdiel nebude. Po porovnaní výsledkov analýz spôsobilosti, ktoré sme spravili za použitia jednotlivých metód, sme však zistili, že v praktickom použití nebude mať voľba metódy odhadu parametra σ veľký vplyv ani v jednom prípade.

V ďalšej časti sme zisťovali, aký vplyv má nedodržanie predpokladu o normálnom rozdelení dát na posúdenie stability a spôsobilosti procesu. Vygenerovali sme si individuálne hodnoty s Weibullovým rozdelením a následne sme vyhodnocovali

stabilitu procesu tromi rôznymi spôsobmi. Pretože sa v praxi normalita dát často netestuje, vyskúšali sme najskôr nesprávny spôsob, kedy sme rovno použili dvojicu regulačných diagramov pre individuálne hodnoty a kľzavé rozpätie. V diagramoch sa vyskytovali body mimo regulačné medze a tiež nenáhodné zoskupenia. Proces by sme preto v tomto prípade chybné vyhodnotili ako nestabilný. Následne sme vyskúšali vyhodnotiť stabilitu procesu správnym spôsobom, kedy sme najskôr otestovali normalitu dát a pretože sme nulovú hypotézu o normálnom rozdelení dát zamietli na hladine významnosti $\alpha = 0,05$, použili sme Box-Coxovú transformáciu a regulačné diagramy sme použili znova, tentokrát však na transformované dáta. V tomto prípade sa v diagrame nevyskytovali žiadne body mimo regulačné medze ani nenáhodné zoskupenia a proces sa teda javil ako stabilný. Potom sme sa zamerali na spôsobilosť procesu. Opäť sme najskôr nevzali do úvahy nenormálne rozdelenie dát a rovno sme spravili analýzu spôsobilosti pre normálne rozdelené dáta. Pretože hodnoty indexov P_{pk} a C_{pk} vyšli väčšie ako 1,33, dospeli by sme k záveru, že proces spôsobilý je. Následne sme normalitu dát vzali do úvahy a opäť sme spravili analýzu spôsobilosti pre normálne rozdelené dáta, tentokrát sme však zvolili možnosť použiť Box-Coxovú transformáciu. Hodnoty P_{pk} a C_{pk} v tomto prípade vyšli výrazne nižšie ako 1,33, takže záver, že je proces spôsobilý, by bol chybný. Nakoniec sme však vyskúšali ešte aj tretí spôsob vyhodnotenia spôsobilosti, kedy sme spravili analýzu spôsobilosti pre nenormálne rozdelené dáta, konkrétne pre Weibullovo rozdelenie a aj v tomto prípade vyšla hodnota indexu P_{pk} výrazne menšia ako 1,33, čo nám len potvrdilo, že proces naozaj za spôsobilý považovať nemôžeme. Dospeli sme teda k záveru, že nedodržanie predpokladu normality má výrazný vplyv ako na vyhodnotenie stability, tak aj na vyhodnotenie spôsobilosti procesu.

Nakoniec sme aplikovali regulačné diagramy na reálne dáta. V prvej časti sme analyzovali tri rôzne rozmery kľukového hriadeľa (Lenght, Supp1, Supp2), pričom cieľom bolo vyhodnotiť stabilitu procesov. Pretože sme pracovali s podskupinami s rozsahom $n = 5$, použili sme dvojicu regulačných diagramov pre výberový priemer a výberové rozpätie. V prípade rozmerov Lenght a Supp2 sa v regulačných diagramoch nachádzali body mimo regulačné medze alebo nenáhodné zoskupenia, preto sme dospeli k záveru, že tieto procesy sú nestabilné. V prípade rozmeru Supp1 sa však proces javil ako stabilný.

V druhej časti sme opäť vyhodnocovali stabilitu procesu, v tomto prípade sa však jednalo o vlhkosť kávy. Pretože sme pracovali s individuálnymi hodnotami, použili sme dvojicu regulačných diagramov pre individuálne hodnoty a kľzavé rozpätie. Proces sa javil ako veľmi nestabilný, v diagrame bolo veľa odľahlých hodnôt a nenáhodných zoskupení. Následne sme však vzali do úvahy informáciu, že sa jednalo o dve rôzne šarže a regulačné diagramy sme aplikovali znova. Napriek tomu, že počet odľahlých hodnôt a nenáhodných zoskupení v tomto prípade výrazne klesol, proces sa stále javil ako nestabilný.

Literatúra

- [1] TOŠENOVSKÝ, Josef. *Statistické metody pro zlepšování jakosti*. Ostrava: Montanex, 2000. ISBN 80-722-5040-X.
- [2] JAROŠOVÁ, Eva a Darja NOSKIEVIČOVÁ. *Pokročilejší metody statistické regulace procesu*. Praha: Grada Publishing, 2015. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-5355-3.
- [3] *Statistická regulace procesů (SPC): příručka*. 2. vyd. Praha: Česká společnost pro jakost, 2006. ISBN 80-020-1810-9.
- [4] ČSN ISO 8258. *Shewhartovy regulační diagramy*. 1994.
- [5] MONTGOMERY, Douglas C. *Introduction to statistical quality control*. 5th ed. Hoboken: John Wiley, 2005, xvi, 759 s. : il. ISBN 0-471-66122-8.
- [6] BEDNÁŘ, Josef. *Aplikovaná statistika v průmyslu: (vzdělávací a tréninkový modul)*. Brno, 2012. Dostupné také z: <http://opus.fme.vutbr.cz/dokumenty/-moduly/Bednar.pdf>
- [7] PLURA, Jiří. *Analýza způsobilosti procesů: Studijní opory*. Ostrava, 2015. ISBN 978-80-248-3719-2
- [8] MICHÁLEK, Jiří. *Vyhodnocování způsobilosti a výkonnosti výrobního procesu*. CQR: Ústav teorie informace a automatizace AV ČR, 2009, 96 s. : il. ; 25 cm. ISBN 978-80-903834-2-5.
- [9] BENKOVÁ, Marta. *Zabezpečovanie kvality procesov*. Košice: Technická univerzita v Košiciach, 2007. ISBN 9788055310930.
- [10] *Minitab 18 Support* [online]. [cit. 2020-05-29]. Dostupné z: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/quality-and-process-improvement/control-charts/how-to/variables-charts-for-individuals/individuals-chart/methods-and-formulas/methods-and-formulas-for-individuals-chart/>
- [11] KUPKA, Karel. *Statistické řízení jakosti: interaktivní analýza a interpretace dat pro řízení jakosti a ekonomiku*. Pardubice: TriloByte, c1997. ISBN 80-238-1818-X.
- [12] Box, G. E. P., and D. R. Cox. An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 26, no. 2, 1964, pp. 211–252.

Zoznam obrázkov

1.1	Náhodné a zvláštne príčiny variability. Prevzaté z [2] a preložené.	6
2.1	Regulačný diagram. Prevzaté z [5] a preložené.	7
2.2	Riziko zbytočného signálu (α) a chýbajúceho signálu (β). Prevzaté z [1].	8
2.3	Voľba regulačného diagramu. Prevzaté z [1] a preložené.	9
2.4	Výstupy z procesu v prípade, že (a) sú dosiahnuté požadované hodnoty, (b) $\mu_1 > \mu_0$, (c) $\sigma_1 > \sigma_0$. Prevzaté z [5] a preložené.	10
2.5	Testy vymedziteľných príčin. Prevzaté z [4] a preložené.	13
2.6	Použitie individuálnych regulačných medzí. Prevzaté z [1] a pozmenené.	20
2.7	V-masky pre obojstrannú reguláciu. Prevzaté z [1].	24
2.8	Diagram CUSUM pre (\bar{x}) s rozhodovacím intervalom. Prevzaté z [1] a pozmenené.	25
2.9	Diagram EWMA pre (\bar{x}) . Prevzaté z [1] a pozmenené.	27
3.1	Tri rôzne prípady s rovnakou hodnotou C_p . Prevzaté z [9].	30
3.2	Tri procesy s rovnakou hodnotou C_{pk} . Prevzaté z [9].	31
5.1	Princíp nelineárnej transformácie dát. Prevzaté z [11].	38
5.2	Rôzne tvary Box-Coxovej transformačnej funkcie. Prevzaté z [11].	38
6.1	Vytvorenie podskupín s rozsahom $n = 5$	41
6.2	Vypočítané odhady parametra σ pre prvých 20 skupín.	42
6.3	Testy normality pre rozdiely medzi rôznymi odhadmi σ	43
6.4	Výsledky párových t-testov	44
6.5	Spôsobilosť procesu pre skupinu č.1	45
6.6	Výsledky párových t-testov	46
6.7	Generovanie dát s Weibullovým rozdelením	47
6.8	Regulačné diagramy pre W	47
6.9	Test normality pre W	48
6.10	Box-Coxová transformácia	48
6.11	Test normality pre transformované dáta	49
6.12	Regulačné diagramy pre W po transformácii	49
6.13	Analýza spôsobilosti procesu pre W	50
6.14	Analýza spôsobilosti procesu pre W s použitím Box-Coxovej transformácie	50
6.15	Výsledky testov na rôzne rozdelenia	51
6.16	Analýza spôsobilosti procesu pre Weibullovo rozdelenie.	51
6.17	Regulačné diagramy pre rozmer Length	52
6.18	Regulačné diagramy pre rozmer Supp1	53
6.19	Regulačné diagramy pre rozmer Supp2	53

6.20 Regulačné diagramy pre vlhkosť kávy	54
6.21 Nové regulačné diagramy pre vlhkosť kávy	54

Zoznam tabuliek

2.1	Hodnoty súčiniteľov pre výpočet regulačných medzí. Prevzaté z [1]. . .	12
2.2	Hodnoty súčiniteľa A_4 . Prevzaté z [4].	16
4.1	Hodnoty konštánt d_4 a $c'_4(k)$. Zdroj [10].	35

Prílohy

Príloha 1- obsahuje dáta, s ktorými sme pracovali v časti [6.1.1](#) a tiež výsledky testov a analýz, použitých v tejto časti, je vo formáte Minitab Project (.MPJ)

Príloha 2- obsahuje dáta, s ktorými sme pracovali v časti [6.1.2](#) a tiež výsledky testov a analýz, použitých v tejto časti, je vo formáte Minitab Project (.MPJ)

Príloha 3- obsahuje dáta, s ktorými sme pracovali v častiach [6.2.1](#) a [6.2.2](#) a tiež regulačné diagramy použité v týchto častiach, je vo formáte Minitab Project (.MPJ)

Príloha 4- obsahuje dáta, s ktorými sme pracovali v časti [6.1.1](#) a tiež výsledky testov a analýz, použitých v tejto časti, je vo formáte Zošit programu Excel (.xlsx)

Príloha 5- obsahuje dáta, s ktorými sme pracovali v časti [6.1.2](#) a tiež výsledky testov a analýz, použitých v tejto časti, je vo formáte Zošit programu Excel (.xlsx)

Príloha 6- obsahuje dáta, s ktorými sme pracovali v častiach [6.2.1](#) a [6.2.2](#) a tiež obsahuje regulačné diagramy použité v týchto častiach, je vo formáte Zošit programu Excel (.xlsx)